

מבחן במתמטיקה לכתה יב' 5 יח"ל (807)
(רבע ב')
משך המבחן 120 דקות

I גאומטריה אנליטית:

1. מעגל שמרכזו נמצא ברביע הראשון, נוגע בציר ה- x בנקודה $M(3, 0)$

ונוגע בישר $3x - 4y + 36 = 0$.

(א) מצא משוואת המעגל.

(ב) המעגל שמצאת בסעיף א', חסום במשולש שווה שוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$).

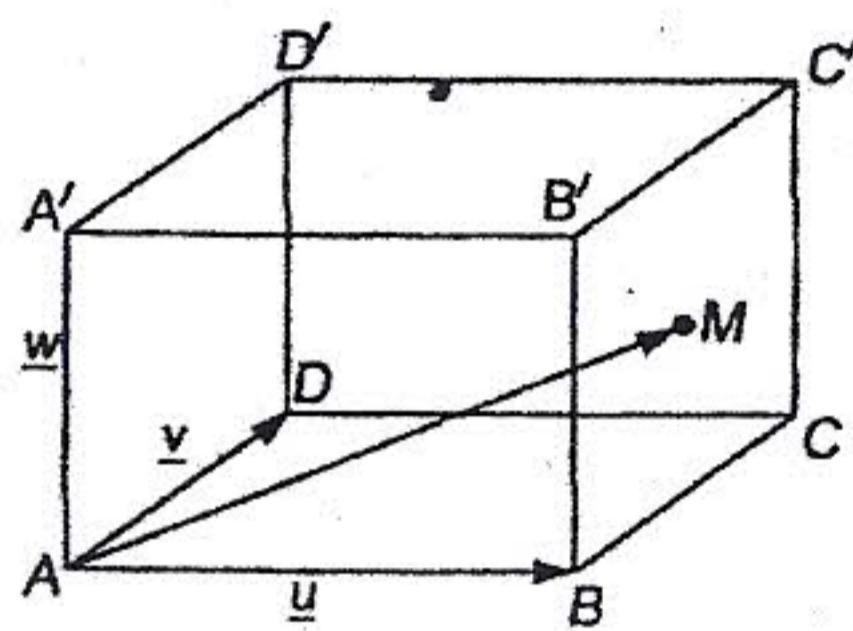
בסיסו של המשולש נמצא על ציר ה- x והשוק AB נמצא על הישר $3x - 4y + 36 = 0$.

מצא את המשוואה של השוק AC .

II וקטורים

2.

במנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$, נקודה M היא מפגש אלכסוני הפאה $BCC'B'$.



נסמן: $\vec{AA'} = \vec{w}$, $\vec{AD} = \vec{v}$, $\vec{AB} = \vec{u}$.

נתון: $|\vec{v}| = |\vec{w}|$, $\vec{AM} \cdot \vec{AD'} = 4$.

נפח התיבה הוא 16 (י"ק).

א. הבע באמצעות \vec{u} , \vec{v} ו- \vec{w} את \vec{AM} .

ב. חשב את גודל הזווית שבין \vec{AM} למישור הבסיס $ABCD$.

ג. חשב את גודל הזווית בין הוקטורים \vec{AM} ו- \vec{BD} .

III פונקציה מעריכית

3.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x} + 4e^x + 3}{(e^x - 3)^2}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה). נמק.

ד. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה. נמק.

ה. על פי תשובותיך לסעיפים א-ד, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

בהצלחה !

24/12/10

שם המורה/הבודק:

תאריך:

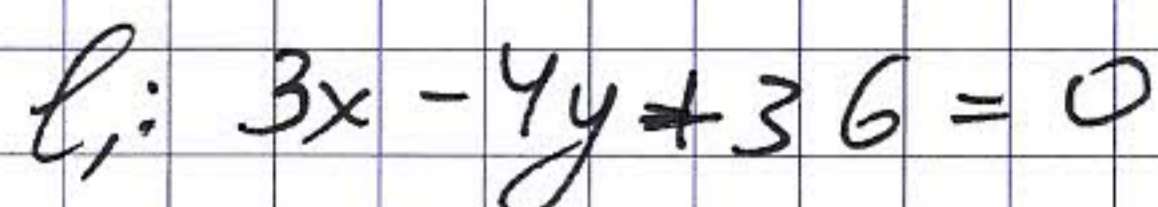
מקצוע:

הכיתה:

שם משפחה ופרטי

הנבחר:

מבוא לכמה י"ח' י"ח' ר"ח' שם המורה/הבדק: (807) תאריך: תכנון:



$$y = \frac{3}{4}x + 9$$

$$y_M = MA = R = a : \text{середина } BC \text{ (3, a)}$$

$$\mu_B = \mu_A = R = a$$

$$MB = \frac{|3.3 - 4a + 36|}{\sqrt{9 + 16}} = a \Rightarrow |45 - 4a| = 5a$$

$$45 - 4a = 5a \quad | +4a \quad 45 - 4a = -5a$$

$$45 = 9a$$

$$a = -45$$

19

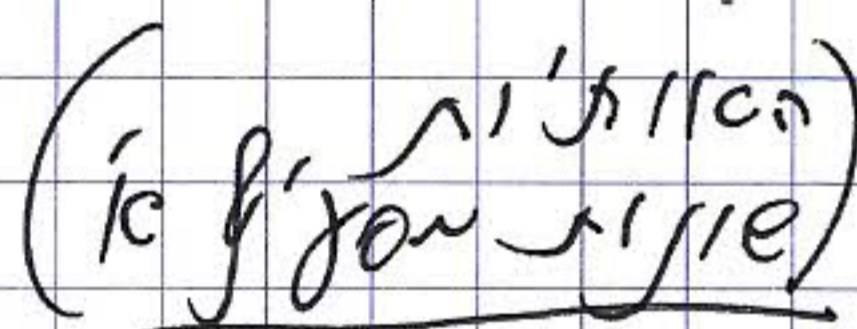
$$a = 5$$

$$= 21 \text{ eV}$$

✓ $\delta \sigma_{\text{gen}} = \text{rollen}$
 $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$

(c)

$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$ $a = -45$ ✓
 $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$ $a = -45$ ✓



AC $\sim 10^{11} \sim 10^{13}$

M שם ק"צ $D(3,0)$ $AD \perp BC \perp AD$ ✓ ע"ע עברנו ע"י ש"ז

$$X_A = X_D = 3 \quad y_A = \frac{3}{4} \cdot 3 + 9 = \frac{45}{4} = 11.25 \quad A(3, \frac{45}{4})$$

$$y_B = 0 \quad \checkmark \quad \frac{3}{4}x + 9 = 0 \Rightarrow 3x = -36 \Rightarrow \checkmark x = -12 \quad B(-12, 0)$$

$\frac{-12 + x_c}{2} = 3 \Rightarrow x_c = 18 \Rightarrow C(18, 0)$

$$M_{AC} = \frac{\frac{45}{4} - 0}{3 - 18} = -\frac{3}{4}$$

$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 18)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{27}{2} \quad (2) \rightarrow \text{Preis}$$

$$3x + 4y - 54 = 0$$

$\angle B = \angle C$ (opposite angles of a parallelogram)
 $m_{AB} = \tan \angle B = -\tan \angle C = -m_{AC}$

$$\vec{AM} \cdot \vec{AD} = \left(u - \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}w\right) \cdot v = \frac{1}{2}|v|^2 = 4$$

$$v^2 = 8 \quad t = \sqrt{8}$$

$$||\vec{AM}|| = \sqrt{8} \quad \Leftarrow \quad |v| = |w| = \sqrt{8} \quad |AB| = 2 = |w|$$

$$\alpha = 30^\circ$$

אשר סגור

דף מבחן



שם המורה/הבודק:

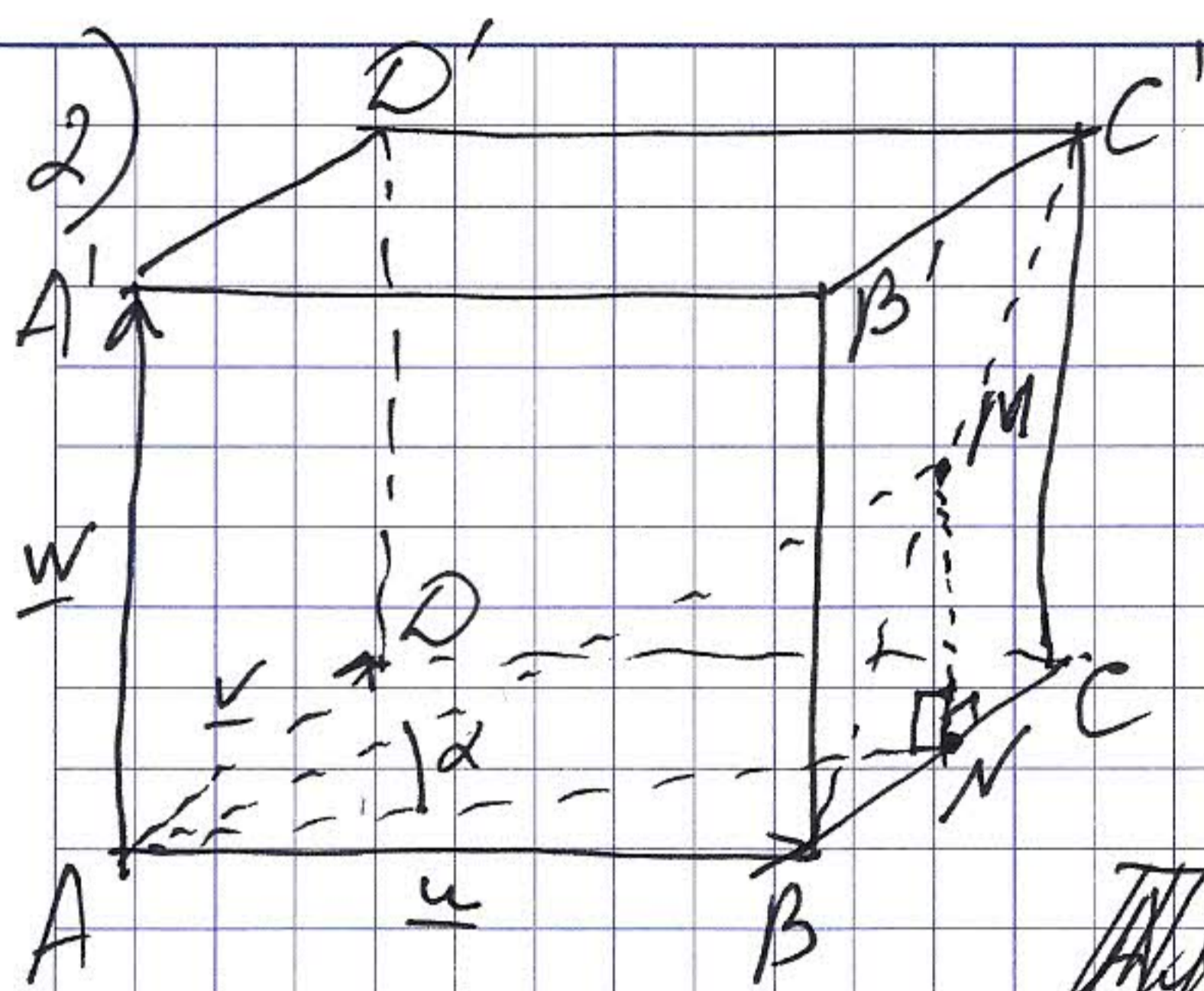
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי



$ABCD A'B'C'D'$ מנסה $e' = (A, B, C)$

M נמצא על AC כסיוע $B'B'C'C$

$$\vec{AB} = u \quad \vec{AD} = v \quad \vec{AA'} = w$$

$$|v| = |w| = t \quad \vec{AM} \cdot \vec{AD} = 4$$

$$V = 16 \quad t = 2$$

$BC \perp MN$ $\vec{AM} = ?$

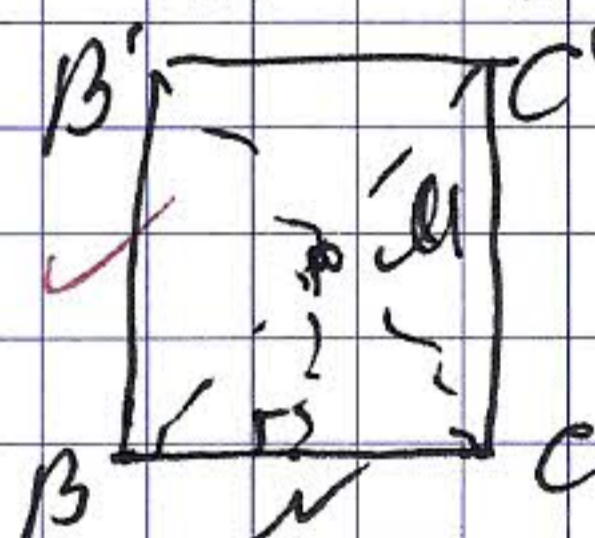
$$\vec{MN} = \frac{1}{2}u$$

$$\vec{BN} = \frac{1}{2}v$$

$$\vec{AM} = u + \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}w$$

$$\frac{1}{2}BB' = MN$$

$$BN = \frac{1}{2}BC$$



$\angle MAN = \alpha$

$$V = AB \cdot t \cdot t = 16$$

$$AB = \frac{16}{t^2}$$

$BN = \frac{1}{2}t \quad AN = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\alpha = 13.633^\circ$$

$$\vec{AD'} = v + w$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{AD'} = \left(u + \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}w\right) \cdot (v + w) = 4$$

$$\frac{1}{2}|v|^2 + \frac{1}{2}|w|^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t^2 = 4$$

$$\Leftarrow |v| = t = 2 \quad \Leftarrow t^2 = 4$$

$$|AB| = \frac{16}{4} = 4 = |u|$$

$$|BM| = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$|MN| = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{AN} = |\vec{AM}| \cdot |\vec{AN}| \cdot \cos \alpha$$

$$|\vec{AM}| = \sqrt{\left(u + \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}w\right)^2} = \sqrt{|u|^2 + \frac{1}{4}|v|^2 + \frac{1}{4}|w|^2} = \sqrt{16 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 4} = \sqrt{18}$$

$$\vec{AN} = u + \frac{1}{2}v$$

$$|\vec{AN}| = \sqrt{\left(u + \frac{1}{2}v\right)^2} = \sqrt{|u|^2 + \frac{1}{4}|v|^2} = \sqrt{16 + \frac{1}{4} \cdot 4} = \sqrt{17}$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{AN} = \left(u + \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}w\right) \cdot \left(u + \frac{1}{2}v\right) = |u|^2 + \frac{1}{4}|v|^2 = 16 + 1 = 17$$

$$17 = \sqrt{17} \cdot \sqrt{18} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{18}} \Rightarrow \alpha = 13.633^\circ$$

$$\vec{BD} = v - u \quad |\vec{BD}| = \sqrt{|v|^2 + |u|^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$\cos \beta = \frac{\vec{AM} \cdot \vec{BD}}{|\vec{AM}| \cdot |\vec{BD}|} = \frac{\left(u + \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}w\right) \cdot (v - u)}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{20}} = \frac{\frac{1}{2}|v|^2 - |u|^2}{\sqrt{360}} = \frac{2 - 16}{\sqrt{360}} = \frac{-14}{\sqrt{360}}$$

$$\beta = 137.55^\circ$$

ציון: _____

התיכון המקיף עומר

דף מבחן

שם המורה/הבודק: _____

הנבחן: _____ הכיתה: _____ מקצוע: _____ תאריך: _____

שם משפחה ופרטי

3) $f(x) = \frac{e^{2x} + 4e^x + 3}{(e^x - 3)^2}$

10) $e^x \neq 3 \Rightarrow x \neq \ln 3$

2) $y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 4e^x + 3}{e^{2x} - 6e^x + 9} = 1$

$y = 1$

$x = \ln 3$

$y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} + 4e^x + 3}{e^{2x} - 6e^x + 9} = \frac{3}{9}$

$y = \frac{1}{3}$

d) $x = 0 \quad y = \frac{1 + 4 \cdot 1 + 3}{(1 - 3)^2} = \frac{8}{4} = 2 \quad (0, 2)$

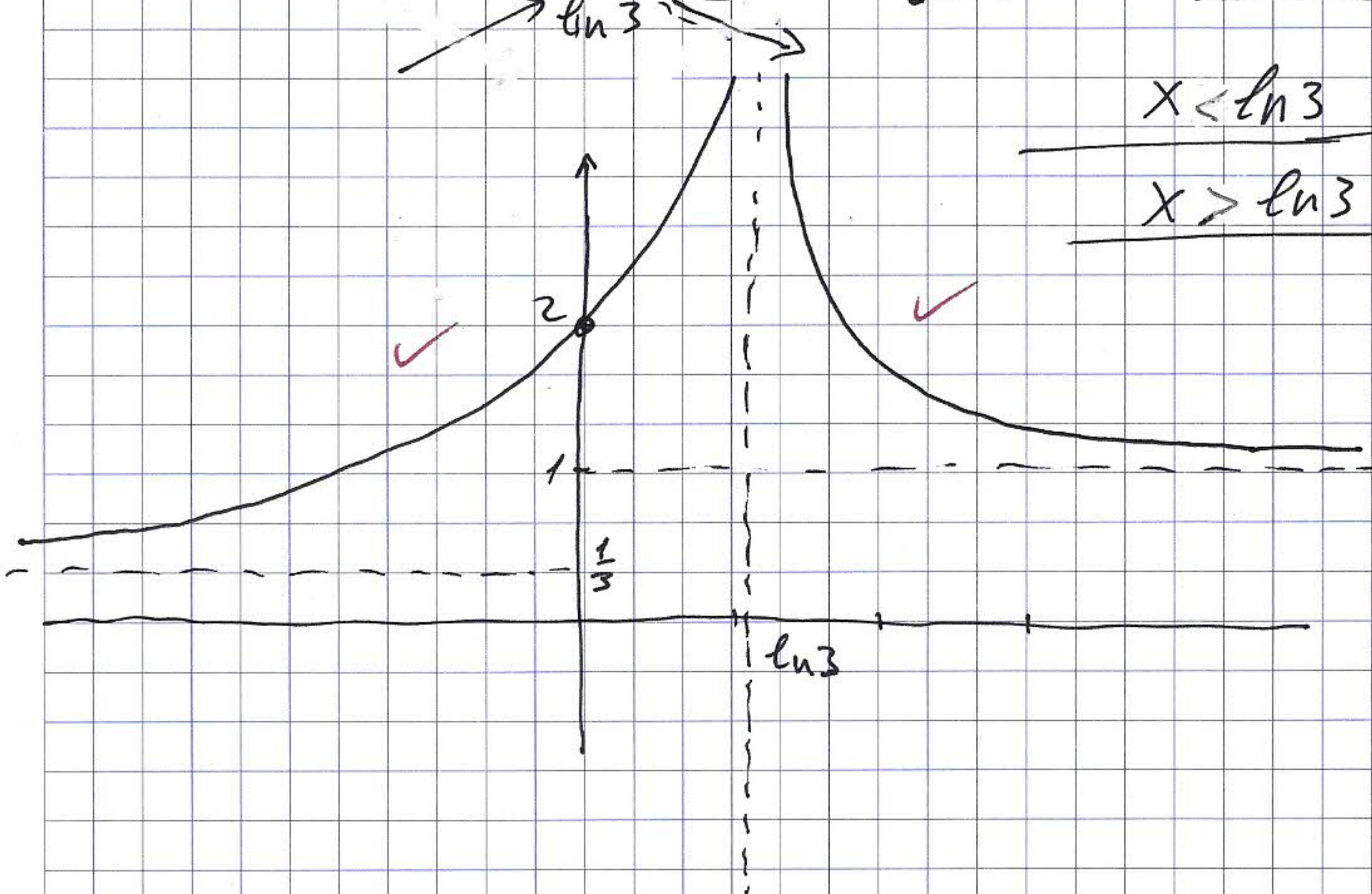
$y = 0 \quad e^{2x} + 4e^x + 3 = 0 \Rightarrow e^x = -1 \Rightarrow$ (אין פתרון)
 $t^2 + 4t + 3 = 0 \quad e^x = -3 \Rightarrow$ (אין פתרון)
 $t_1 = -1 \quad t_2 = -3$

3) $f'(x) = \frac{(2e^{2x} + 4e^x)(e^x - 3)^2 - (e^{2x} + 4e^x + 3) \cdot 2(e^x - 3) \cdot e^x}{(e^x - 3)^4} = 0$

$(e^x - 3)(2e^{3x} - 6e^{2x} + 4e^{2x} - 12e^x - 2e^{3x} - 8e^{2x} - 6e^x) = 0$

$(e^x - 3)(-10e^{2x} - 18e^x) = 0 \quad e^x = 3 \quad e^x = 0 \quad e^x = -\frac{18}{10}$

$x \neq \ln 3 \quad x < \ln 3 \quad x > \ln 3$



26