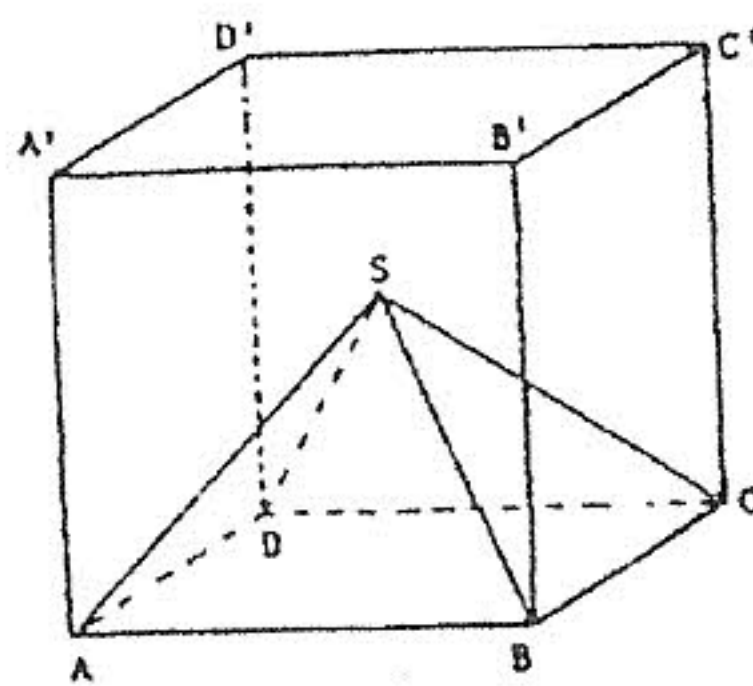


מבחן במתמטיקה לכתה יב' 5 יח"ל (807) (רבע א')
(זמן המבחן 90 דקות)

I גאומטריה אנליטית :

1. בטרפז $ABCD$ ($CD \parallel AB$) קודקודי הבסיס AB הם $A(6, 10)$ ו- $B(10, 8)$. הבסיס CD נמצא על הישר העובר דרך הנקודה $(9, -2)$. נקודת מפגש M של אלכסוני הטרפז מחלקת את האלכסון DB ביחס $MB : MD = 1 : 4$ ושעור ה- x של הנקודה M הוא 8.
- א) מצא את קודקודי הטרפז C ו- D ואת שטח הטרפז.
- ב) נתונה נקודה E כך שהמרובע $DMCE$ הוא מקבילית. מצא את הנקודה E .

II הנדסת המרחב : (א' + ב' = 50%, ג' = 50%)



- לקוביה $ABCD A'B'C'D'$ ולפירמידה ישרה ומשוכללת $SABCD$ בסיס משותף $ABCD$.
- כל אחת מן הפיאות הצדדיות של הפירמידה היא משולש שווה-צלעות (ראה ציור).
- א. חשב את הזווית בין SA והבסיס $ABCD$.
- ב. חשב את הזווית בין המקצוע הצדדי SA של הפירמידה ובין הפיאה הצדדית $ADD'A'$ של הקוביה.
- ג. (הסעיף אינו קשור לסעיפים הקודמים א' ו-ב') נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש שווה-שוקיים. נתון: $\angle BAC = \alpha$, $AB = AC = b$.
- הפיאה SBC יוצרת זווית β עם הבסיס ($\beta < 90^\circ$).
- הבע את נפח הפירמידה באמצעות b , α ו- β .

III משוואות ואי שוויונים מעריכיים
3.

א) באיזה תחום מוגדרת הפונקציה $y = \sqrt{2 \frac{2x-3}{x+1} - \frac{1}{2}}$?

ב) פתור את המשוואה: $64^x + 4 = 65 \cdot 8^{x - \frac{2}{3}}$

ג) פטור מערכת משוואות עם 2 נעלמים:

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{x^2} = 3^{y-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \\ 5^{x^2} - y = \frac{1}{5^x} - y \end{cases}$$

בהצלחה !

3.11.2010

דף מבחן

שם המורה/הבודק: _____

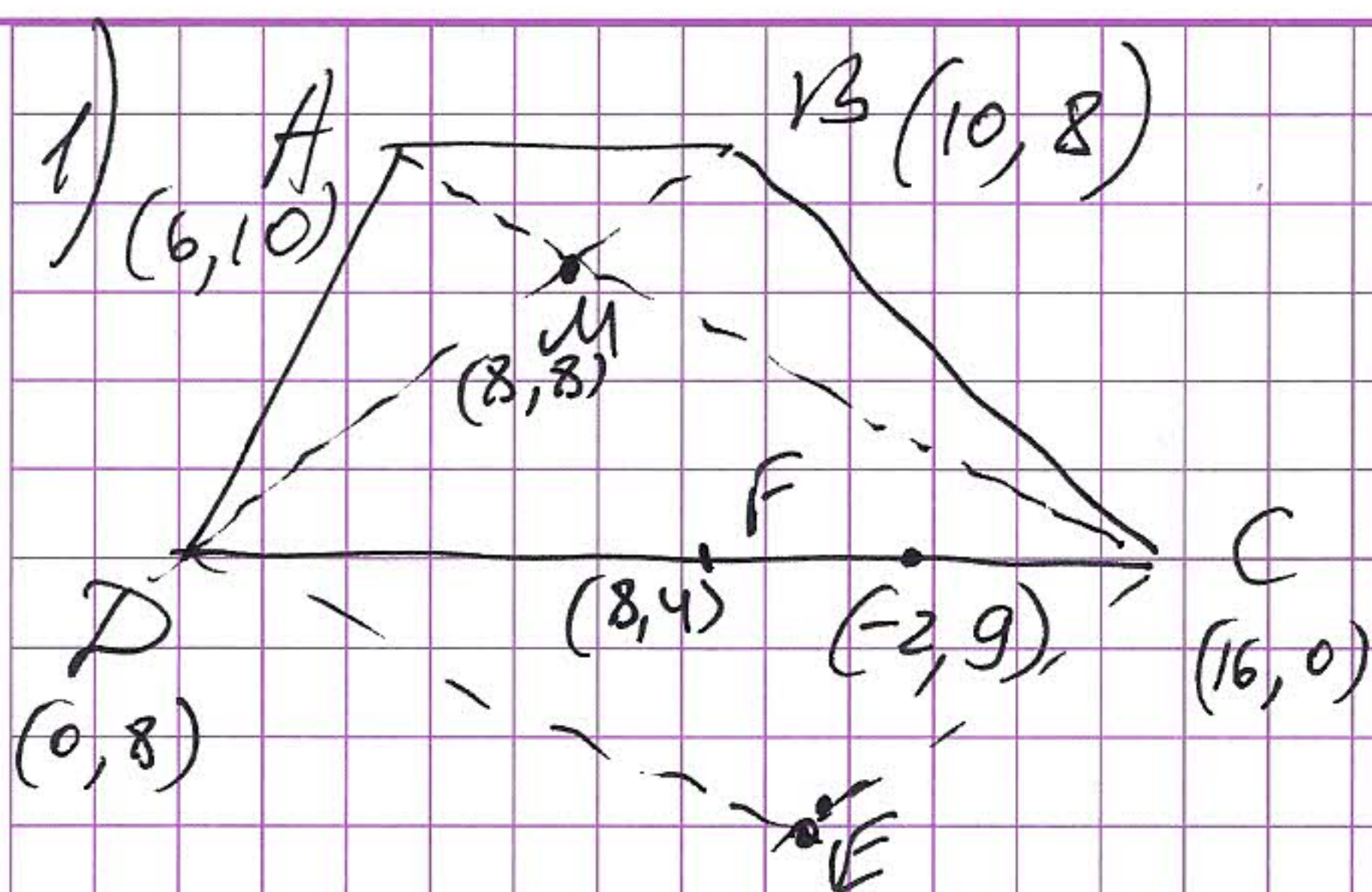
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי



$$MB:MD = 1:4$$

$$x_M = 8 \quad M(8, \text{---})$$

$$S_{ABCD} : D, C \text{ יחס } 1:4$$

$$DMCE \text{ יחס } 1:4$$

$$? E \text{ יחס } 1:4$$

$$m_{DC} = m_{AB} = -\frac{1}{2} : DC$$

$$m_{AB} = \frac{8-10}{10-6} = -\frac{1}{2}$$

$$y-9 = -\frac{1}{2}(x+2) \rightarrow D(t, -\frac{1}{2}t+8) \quad C(k, -\frac{1}{2}k+8)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

$$\frac{MB}{MD} = \frac{10-8}{8-t} = \frac{1}{4}$$

$$D(0, 8) \quad t=0$$

$$t=0$$

$$C(16, 0)$$

$$\frac{6-8}{8-k} = \frac{1}{4} \Rightarrow k=16$$

$$AB = \sqrt{(10-6)^2 + (8-10)^2} = \sqrt{20}$$

$$DC = \sqrt{(16-0)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{320}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(\sqrt{20} + \sqrt{320}) \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 50$$

$$A(6, 10) \text{ מרחק } h \text{ מ } DC$$

$$x+2y-16=0 : DC \text{ ישר}$$

$$h = \frac{|6+2 \cdot 10-16|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$m_{DE} = m_{AC} = \frac{10-0}{6-16} = -1$$

$$E: \begin{cases} y = -x + 8 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow E(8, 0)$$

$$DE: y-8 = -1(x-0)$$

$$y = -x + 8$$

$$m_{CE} = m_{AB} = \frac{8-8}{10-0} = 0$$

$$CE: y = 0$$

$$\frac{8-y_M}{y_M-8} = \frac{1}{4} \Rightarrow y_M = 8$$

$$F(8, 4) \Rightarrow \text{יחס } 1:4$$

$$E(8, 0) \Rightarrow \text{יחס } 1:4$$

דף מבחן

שם המורה/הבודק:

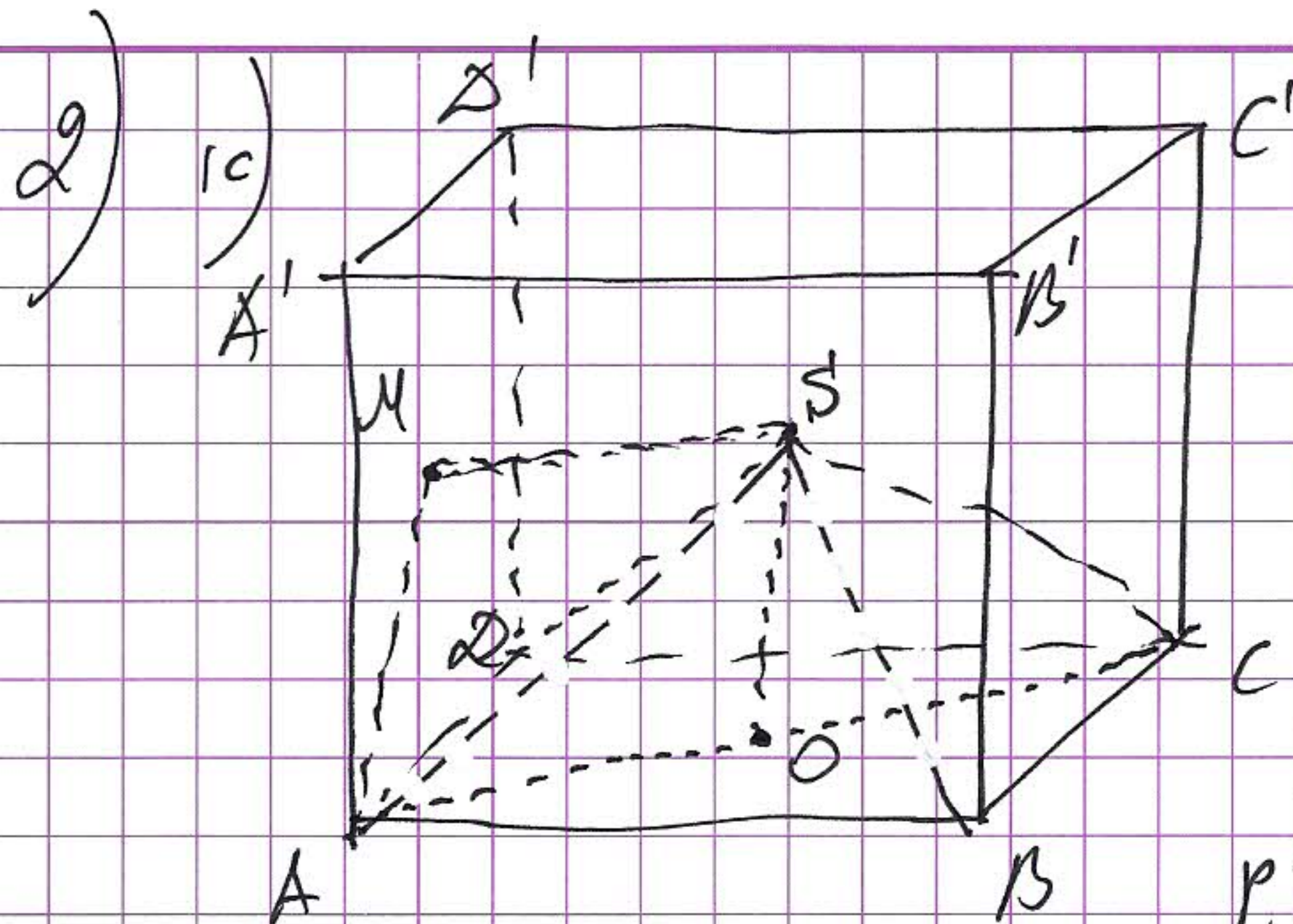
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי



נתון: קובייה
אשר מרכזו איננו משולש
הוא ABCD יבוי
... $AB = AS = BS = CS = DS = a$

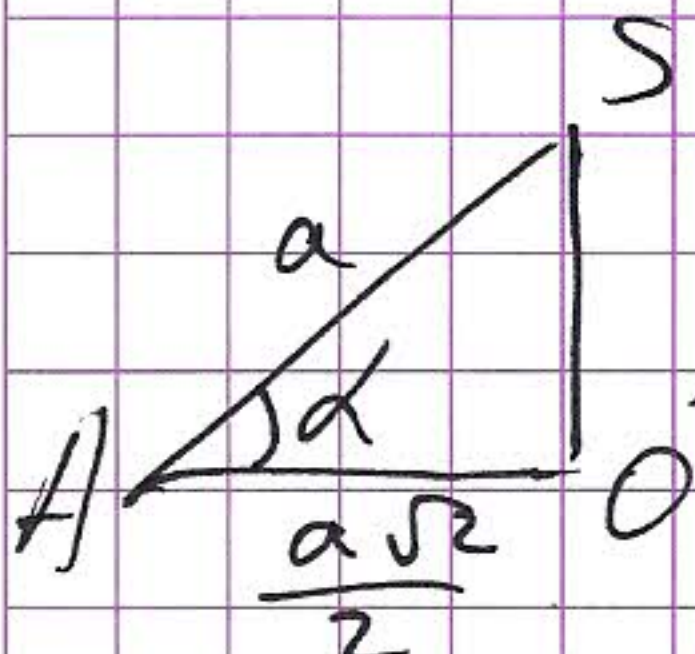
$ABCD \perp SO$ ✓

AC קובי זיך O מרכז
(פירמידה ישרה)
SA ג'ן SA עכסון'ק

$\angle SAO = \alpha$ ✓

$AO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Leftarrow AC = a\sqrt{2} \Leftarrow$ ✓

משולש ישר זווית



$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{a\sqrt{2}/2}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha = 45^\circ$ ✓

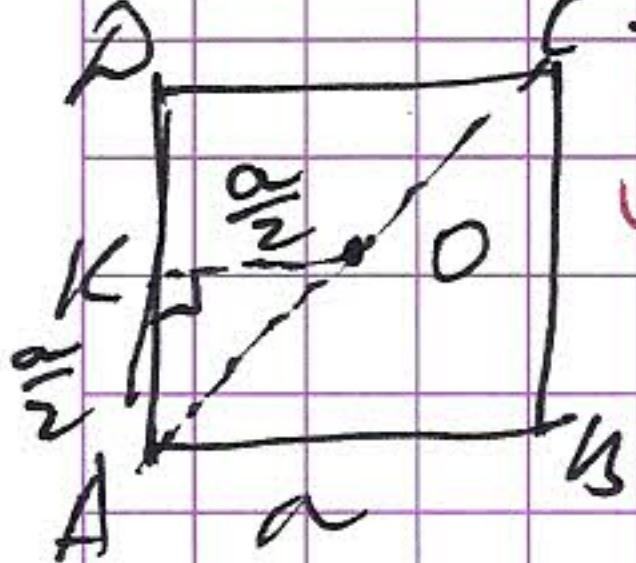
$ADD'A' \perp SM$ ✓

וכן כו'ת הנדסה ה'א' $\angle SAM = \beta$ ✓

מכיון ש $ABCD \perp SO$ ו $ABCD \perp ADD'A'$ ✓

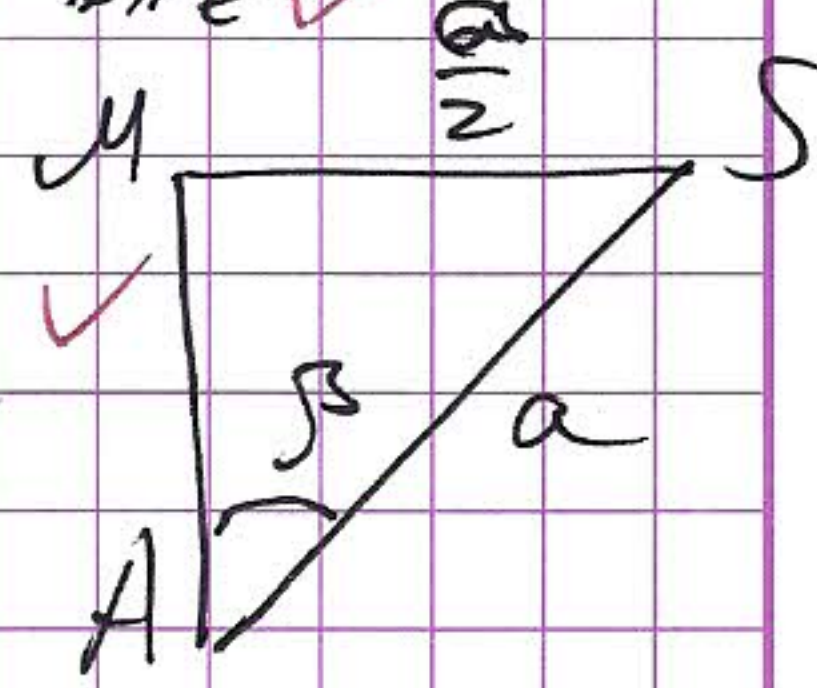
מקביל'ק $SO \parallel ADD'A'$ ✓

ומכיון ש $ADD'A' \perp SO$ ✓



$\Rightarrow OK = \frac{a}{2} \Rightarrow SM = \frac{a}{2}$ ✓

$\beta = 30^\circ$ ✓



8

8

ציון:

שם המורה/הבודק:

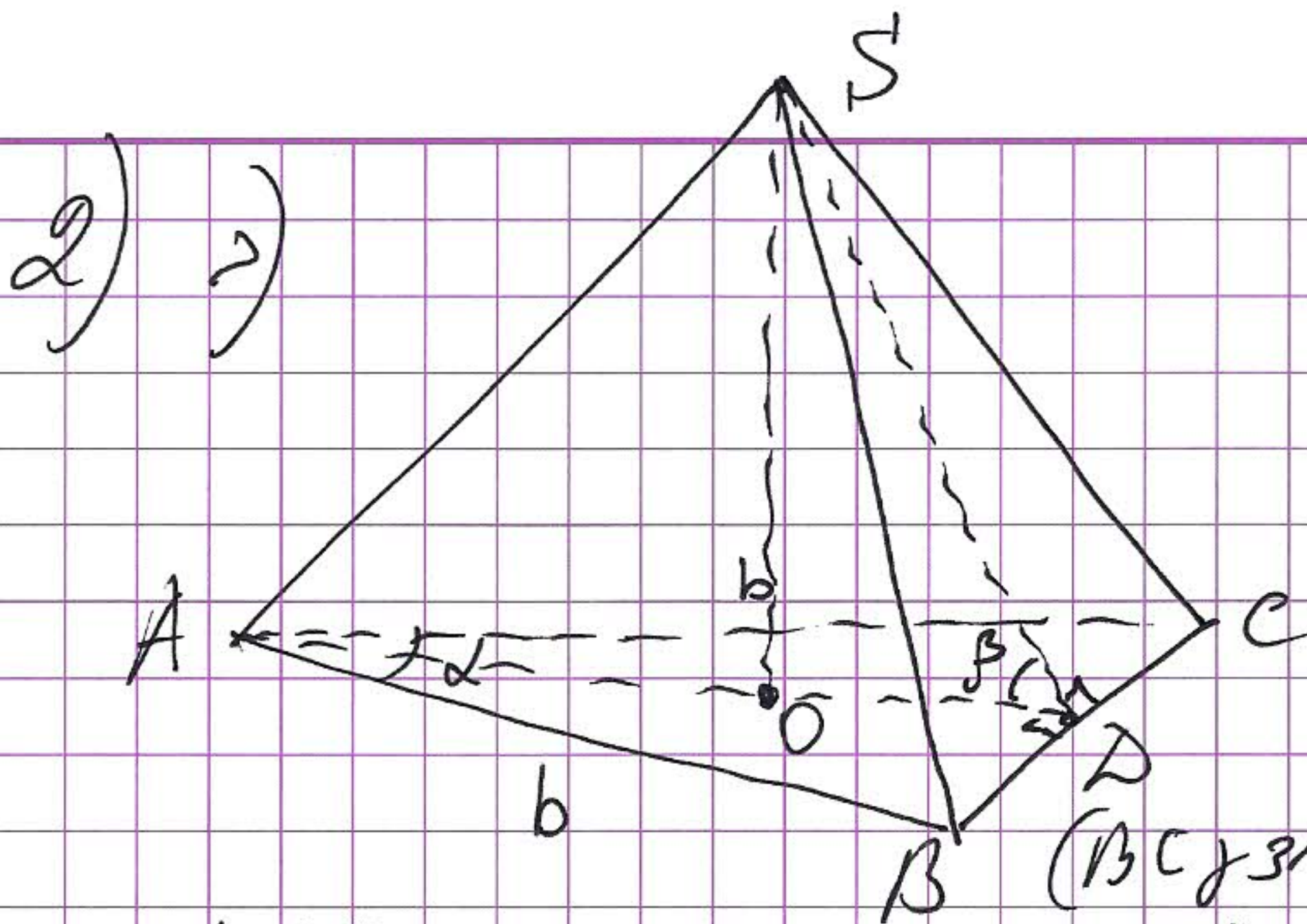
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי



$$AB = AC = b$$

הבנייה 'שה' ידוע

$$AS = BS = CS$$

$$\angle BAC = \alpha$$

$$BC \perp SD \quad \checkmark$$

($BC \perp AD$ כי AD הוא גובה במثل ABC)

$AD \perp BC$ כי AD הוא גובה במثل ABC

\checkmark $AD \perp SO$ כי $AD \perp BC$ ו- $SO \perp BC$ (כי SO הוא גובה במל ABC)

$$ABC \perp SO \quad \checkmark$$

$$V_{ABC \cdot S} = ?$$

$\triangle ABC$ מתרכז ב- O שהוא מרכז המסה

כי O הוא מרכז המסה של $\triangle ABC$

$$AB \perp OE \quad \checkmark$$

$$\checkmark \quad \frac{AD}{b} = \cos \frac{\alpha}{2} \quad \triangle ADB \quad \checkmark$$

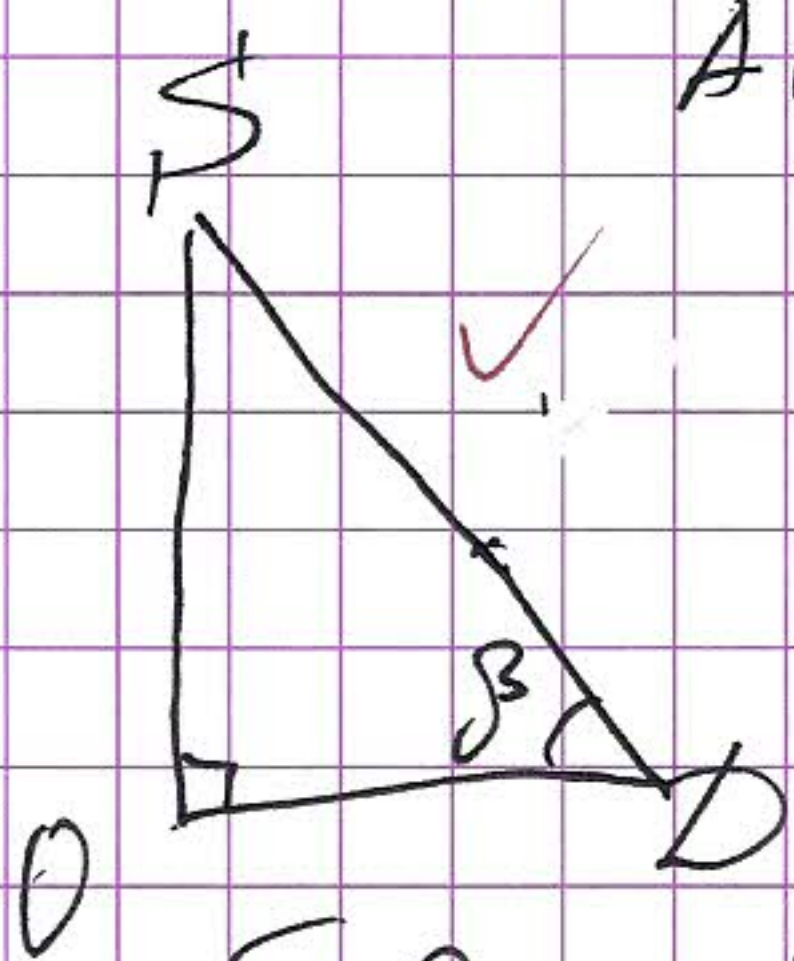
$$AD = b \cos \frac{\alpha}{2} \quad \checkmark$$

$$\checkmark \quad \frac{AE}{AO} = \cos \frac{\alpha}{2} \quad \triangle AEO \quad \checkmark$$

$$AO = \frac{b}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \quad \Rightarrow \quad OD = b \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{b}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} =$$

$$= \frac{b(2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1)}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{b \cos \alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$S_{ABC} = \frac{b^2 \sin \alpha}{2}$$



$$\frac{SO}{OD} = \tan \beta$$

$$SO = OD \tan \beta$$

$$SO = \frac{b \cos \alpha \tan \beta}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{b^3 \sin 2\alpha \tan \beta}{24 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{6} b^3 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \tan \beta \quad \checkmark$$

הנפח של המעוף

17

12

דף מבחן

שם המורה/הבודק:

תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי

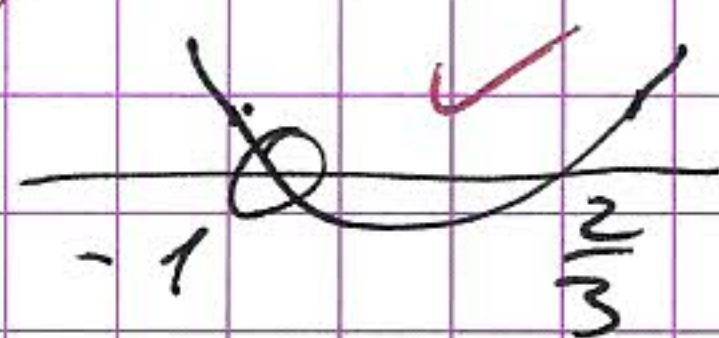
$$3) \text{ א) } y = \sqrt{2 \frac{2x-3}{x+1}} - \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \frac{2x-3}{x+1} - \frac{1}{2} \geq 0$$

$$\frac{2x-3+x+1}{x+1} \geq 0$$

$$2 \frac{2x-3}{x+1} \geq 2^{-1}$$

$$\frac{2x-3}{x+1} \geq -1$$

$$\frac{3x-2}{x+1} \geq 0$$



$$\begin{cases} x < -1 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 64^x + 4 = 65 \cdot 8^{x-\frac{2}{3}} \\ & 8^{2x} + 4 = \frac{65 \cdot 8^x}{4} \end{aligned}$$

$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 4$$

$$8^x = t \Rightarrow 8^{2x} = t^2$$

$$4t^2 - 65t + 16 = 0$$

$$\frac{65 \pm \sqrt{4225 - 256}}{8} = \frac{65 \pm 63}{8}$$

$$t_1 = 16 \Rightarrow 8^x = 16 \Rightarrow 2^{3x} = 2^4$$

$$t_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 8^x = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{-2}$$

$$x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = -\frac{2}{3}$$

$$3 \cdot 2^{x^2} = 3^{y-1} \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow 2^{x^2} \cdot 2^x = \frac{3^{y-1}}{3}$$

$$5^{x^2} - y = \frac{1}{5^x} - y \Rightarrow 5^{x^2} = 5^{-x} \Rightarrow x^2 = -x$$

$$2^{x^2+x} = 3^{y-2}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x &= 0 \\ x_1 &= 0, x_2 = -1 \end{aligned}$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow 3^{y-2} = 2^0 = 1 \Rightarrow y-2 = 0$$

$$x_2 = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$(-1, 2) (0, 2)$$