

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים

1. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = ax^4 - bx$ בנקודה $(2;8)$ הוא 28.
א. מצא את a ואת b .
ב. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
(4) נקודות חיתוך עם הצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. (1) מצא את תחומי החיוביות של הפונקציה.
(2) מצא לאילו ערכי x שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה הם חיוביים.
ה. מצא לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$.
2. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + kx^2 - mx$.
הישר $y = 80$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -4$.
א. מצא את ערכי הפרמטרים k ו- m .
ב. מהו המרחק בין נקודות הקיצון של הפונקציה?
ג. מצא לאילו ערכים של הפרמטרים a ו- b , נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ היא נקודת קיצון של הפונקציה $g(x) = x^2 - ax + b$.
3. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = 2x(x^2 - 1)^3$, $g(x) = 2x$.
א. הוכח שהפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הן פונקציות אי-זוגיות.
ב. נסמן: $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. הוכח שהפונקציה $h(x)$ היא פונקציה זוגית.
4. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 8x^2$.
א. הוכח שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
ב. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה,
(4) נקודות חיתוך עם הצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$.
א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. שרטט את הגרף של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$.
6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 6x^2$.
א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$: (1) תחום הגדרה.
(2) נקודות חיתוך עם ציר ה- x . (3) תחומי חיוביות ושליליות.
(4) שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.
ד. הוכח שכאשר $f(x)$ עולה, $f'(x)$ חיובית וכאשר $f(x)$ יורדת, $f'(x)$ שלילית.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 10x - 21$.
- מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה, (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של פונקציה אחרת $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$. בהנחה שתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$:
 - (1) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות שבהן לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון וקבע את סוג הקיצון.
 - (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
8. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = x^2 + a$, $a < 0$.
- הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שהמרחק ביניהן הוא 2.
 - מצא את ערך הפרמטר a .
 - מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון. (4) תחומי עלייה וירידה.
 - שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.
 - (1) מצא את שיעור ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 - (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
9. נתונה הפונקציה $f(x) = -2x^2 + ax + b$.
- תחום החיוביות של הפונקציה הוא $0 < x < 4$.
 - מצא את הערך של a ושל b .
 - חקור את הפונקציה ומצא: (1) נקודות חיתוך עם הצירים. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא לאילו ערכי x מתקיים $f(x) \cdot f'(x) < 0$.
10. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - k$.
- לאילו ערכים של k , נקודת הקיצון של הפונקציה נמצאת מתחת לישר $y = -4$?
 - שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה הוא -1 .
 - מצא את הערך של k .
 - הצב את הערך של k שמצאת בסעיף ב' ומצא:
 - (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה- x .
 - (2) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הנגזרת $f'(x)$?
 - (3) שרטט את הגרף של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$.

11. גרף הפונקציה $f(x) = -2x + a$ נמצא מעל ציר ה- x בתחום $x < 5$.

- מצא את ערך הפרמטר a .
- הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של פונקציה $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$.
תחום ההגדרה של $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של $f(x)$.
(1) מהו שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה $x = 1$?
(2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה שבה לפונקציה $g(x)$ יש קיצון.
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

12. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x$.

- מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה, (4) נקודת חיתוך עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקציה $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$.
(1) כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$? נמק.
(2) האם ישנן נקודות על הגרף של $g(x)$ שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ הוא 0.5? אם כן, כמה נקודות כאלה קיימות?

13. נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 6ax$, $a > 0$.

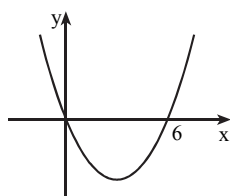
- מצא: (1) תחום ההגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי העלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
הבע תשובותיך באמצעות a לפי הצורך.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a < 0$.

14. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 2ax^2 + a^2x$.

- מצא עבור $a > 0$: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a < 0$.

15. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - ax^2$, $a > 0$.

- חקור את הפונקציה ומצא (במידת הצורך הבע באמצעות a):
(1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים.
(3) נקודות קיצון. (4) תחומי עלייה וירידה.
במידת הצורך הבע תשובותיך באמצעות a .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



- בשרטוט שמשמאל מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$.
על ציר ה- x מסומן נתון.
מצא את הערך של a .

16. משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax^2 + bx$ בנקודה שבה $y = -6$ היא $y = -3x - 12$.
 א. מצא את הערכים של a ושל b .
 ב. הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של פונקציה אחרת $g(x)$. מצא את שיעור ה- x של נקודות קיצון של הפונקציה $g(x)$ ורשום את סוגן.
 ג. מעבירים משיקים לפונקציה $f(x)$. באיזה תחום צריך להיות שיעור ה- x של נקודת ההשקה, כך שהזווית שיוצר המשיק עם הכיוון החיובי של ציר ה- x היא זווית חדה הגדולה מ- 45° ?
17. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 1$.
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. הראה שהפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
 ג. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ד. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הנגזרת $f'(x)$?
 ה. הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של פונקציה אחרת $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$?
 הנח שהפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
18. הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית המוגדרת לכל x ומקיימת:
 $f(0) > 0$, $f(\sqrt{2}) = f(4) = 0$.
 $f(x)$ עולה בתחומים $-3 < x < 0$ או $x > 3$;
 $f(x)$ יורדת בתחומים $x < -3$ או $0 < x < 3$.
 א. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. נתון גם $f(x) = x^4 - ax^2 + 32$, a הוא פרמטר. מצא את ערך הפרמטר a .
19. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2$.
 א. מצא: (1) תחום ההגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + c$. לפונקציה $g(x)$ יש מינימום בנקודה שבה שיעור ה- y הוא 2. מהו הערך של c ?
 ג. שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
20. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - ax + 5$.
 הפונקציה עולה בתחום $x > 3$ ויורדת בתחום $x < 3$.
 א. חשב את הערך של a .
 ב. חקור את הפונקציה ומצא:
 (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x - 2)$.
 (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.
 (2) שרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$.

21. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x$.
 א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
 (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(-x)$. מצא עבור הפונקציה $g(x)$:
 (1) נקודות קיצון. (2) תחומי עלייה וירידה.

22. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - ax + 5$, $a > 0$.
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. הבע באמצעות a את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
 ג. לאילו ערכי a גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מעל לציר ה- x ?
 ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ אם $a < 0$.

23. נתונה הפונקציה $f(x) = ax^5 - 5x^3$, $a > 0$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא (במידת הצורך הבע באמצעות a):
 (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.
 (4) תחומי עלייה וירידה.
 ב. הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום $x > 1$ או $x < -1$. מצא את הערך של a .
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

24. נתונה הפונקציה $f(x) = -ax^3 + bx$, $b > 0$, $a > 0$.
 א. הוכח שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
 ב. חקור את הפונקציה ומצא: (1) תחום הגדרה.
 (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.
 (במידת הצורך, היעזר ב- a וב- b).
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. נתון: $f(k) = m$. מהו הערך של $f(-k)$?

25. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - \frac{2x^3}{3}$.
 א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
 (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. נתונה הפונקציה $g(x) = -x^4 + \frac{2x^3}{3}$.
 בהסתמך על סעיפים קודמים שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

26. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 8x + 7$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: (1) תחום הגדרה.
 (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) תחומי עלייה וירידה.
 (4) נקודות קיצון.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = (f(x))^2$.
 (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 תוכל להיעזר בסעיפים קודמים.
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 (3) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות?

27. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^2$.
 א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
 (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. מצא לאיזה ערך של m יש למשוואה $(x^2 - 1)^2 = m$:
 (1) ארבעה פתרונות. (2) שני פתרונות. (3) אף פתרון.

28. לגרף הפונקציה $f(x) = (x-a)(x-b)^2$ יש קיצון בנקודה $(2;4)$.
 א. חשב את a ואת b .
 ב. הצב $a=1$, $b=4$ וחקור את הפונקציה לפי תתי הסעיפים הבאים:
 (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
 (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

29. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - ax^2$ ($a > 0$).
 לפונקציה יש נקודת מינימום ששיעור ה- y שלה הוא -32 .
 א. מצא את הערך של a .
 ב. מצא תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = kf(x) + 3$. שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ הוא -61 . מצא את הערך של k .

30. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 - 3x$
 $g(x) = ax^3 - bx$
 לגרפים של הפונקציות יש משיק משותף בנקודה $(0;0)$, והם נפגשים בנקודה נוספת על ציר ה- x . מצא את a ואת b .

31. נתונה הפונקציה $y = ax^3 - 3ax^2$ ($a \neq 0$).
 א. מצא את הנקודות שעבורן $y' = 0$ (במידת הצורך, הבע באמצעות a).
 ב. הוכח: אם $a > 0$ אז הנקודה $(0;0)$ היא נקודת מקסימום.
 ג. הוכח: אם $a < 0$ אז הנקודה $(0;0)$ היא נקודת מינימום.

32. א. נתונה פונקציה $f(x)$. ידוע כי x_0 היא נקודת מקסימום (מקומי) של הפונקציה $f(x)$. כמו כן, $f''(x_0) \neq 0$.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = -f(x)$.
 הוכח: x_0 היא נקודת מינימום (מקומי) של הפונקציה $g(x)$.
 ב. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^4 + \frac{2x^3}{3}$.
 מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
 ג. נגדיר $g(x) = -f(x)$. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה (היעזר בסעיפים קודמים).

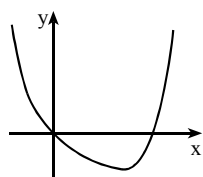
33. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 6x)^3$.
 א. מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$:
 (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$.

34. א. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 8x - 24$.
 (1) הוכח שהפונקציה $f(x)$ יורדת לכל ערך של x .
 (2) חשב את $f(-3)$.
 (3) על-פי הסעיפים (1) ו-(2), מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית, ועבור אילו ערכי x היא שלילית.
 ב. נתונה הפונקציה $g(x) = -\frac{x^4}{4} - x^3 - 4x^2 - 24x - 7$.
 (1) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע אם היא מינימום או מקסימום.
 (2) הסבר מדוע אין לפונקציה $g(x)$ נקודות קיצון נוספות.
 ג. מצא עבור אילו ערכים של k למשוואה $g(x) = k$:
 (1) יש פתרון יחיד.
 (2) יש שני פתרונות.
 (3) אין אף פתרון.

35. נתונה הפונקציה $f(x) = 10\frac{2}{3}x^3 - 2a^2x + a^2$, $a > 0$.
 א. הבע באמצעות a את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
 ב. (1) הבע באמצעות a את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 (2) באיזה רביע נמצאת נקודת המקסימום של הפונקציה? נמק.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה, כאשר למשוואה $f(x) = 0$ יש:
 (1) פתרון אחד. (2) שני פתרונות. (3) שלושה פתרונות.
 ד. היעזר בסעיפים הקודמים ומצא עבור אילו ערכי a למשוואה $f(x) = 0$ יש:
 (1) שני פתרונות. (2) פתרון אחד. (3) שלושה פתרונות.

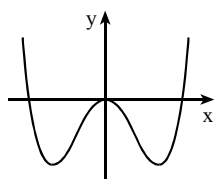
36. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax^2 + 75x$.
 א. מצא לאילו ערכים של a לפונקציה יש שתי נקודות קיצון.
 ב. (1) מצא לאילו ערכים של a הפונקציה עולה לכל ערך של x .
 (2) מצא לאילו ערכים של a הפונקציה יורדת לכל ערך של x .

תשובות:



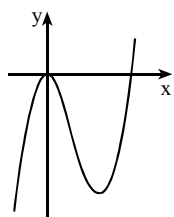
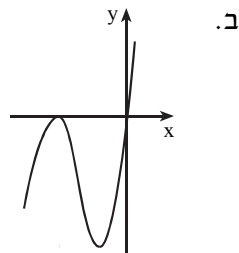
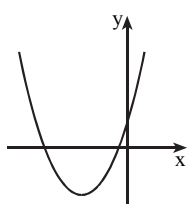
1. א. $b=4$, $a=1$.
 ב. (1) כל x . (2) $(1; -3)$ מינימום.
 (3) עלייה: $x > 1$, ירידה: $x < 1$.
 (4) $(0; 0)$, $(1.587; 0)$.
 ד. (1) $x > 1.587$ או $x < 0$. (2) $x > 1$.
 ה. $0 < x < 1$.

2. א. $k=3$, $m=24$. ב. 108.17 . ג. $a=8$, $b=96$.

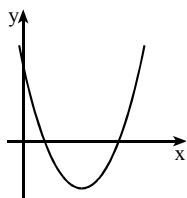


4. ב. (1) כל x .
 (2) $(0; 0)$ מקסימום, $(2; -16)$ מינימום.
 (3) עלייה: $x > 2$ או $-2 < x < 0$.
 ירידה: $x < -2$ או $0 < x < 2$.
 (4) $(-2.828; 0)$, $(2.828; 0)$, $(0; 0)$.

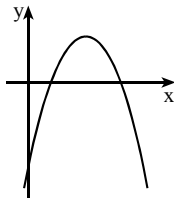
5. א. (1) כל x . (2) $(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{27})$ מינימום, $(-1; 0)$ מקסימום.
 (3) עלייה: $x > -\frac{1}{3}$ או $x < -1$; ירידה: $-1 < x < -\frac{1}{3}$.
 (4) $(-1; 0)$, $(0; 0)$.



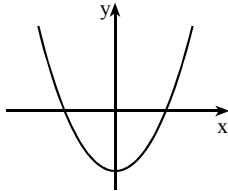
6. א. (1) כל x .
 (2) $(0; 0)$ מקסימום, $(4; -32)$ מינימום.
 (3) עלייה: $x > 4$ או $x < 0$.
 ירידה: $0 < x < 4$.
 (4) $(6; 0)$, $(0; 0)$.



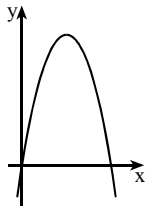
- ג. (1) כל x . (2) $(0; 0)$, $(4; 0)$.
 (3) חיוביות: $x > 4$ או $x < 0$; שליליות $0 < x < 4$.



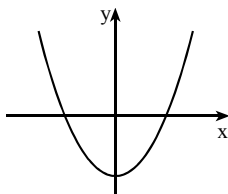
7. א. (1) כל x .
 ב. (2) (5;4) מקסימום.
 ג. (3) עלייה: $x < 5$, ירידה: $x > 5$.
 ד. (4) (7;0), (3;0), (0;-21).
 ג. (1) $x = 3$ מינימום, $x = 7$ מקסימום.
 ד. (2) עלייה: $3 < x < 7$; ירידה: $x > 7$ או $x < 3$.



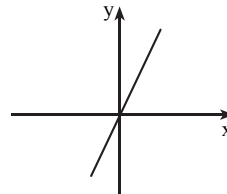
8. א. $a = -1$.
 ב. (1) כל x .
 ג. (2) (0;-1), (1;0), (-1;0).
 ד. (3) (0;-1) מינימום.
 ג. (4) עלייה: $x > 0$; ירידה: $x < 0$.
 ד. (1) $x = 1$ מינימום, $x = -1$ מקסימום.
 ד. (2) עלייה: $x > 1$ או $x < -1$; ירידה: $-1 < x < 1$.



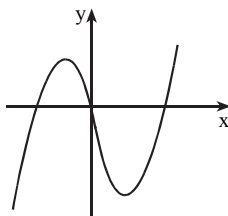
9. א. $b = 0$, $a = 8$.
 ב. (1) (0;0), (4;0).
 ג. (2) (2;8) מקסימום.
 ד. (3) עלייה: $x < 2$, ירידה: $x > 2$.
 ד. (4) $2 < x < 4$ או $x < 0$.



10. א. $k > 4$. ב. $k = 1$.
 ג. (1) כל x .
 ד. (2) (0;-1) מינימום.
 ג. (3) עלייה: $x > 0$; ירידה: $x < 0$.
 ד. (4) (0;-1), (1;0), (-1;0).
 ה. (1) (0;0). (2) חיוביות: $x > 0$; שליליות: $x < 0$.
 (3)

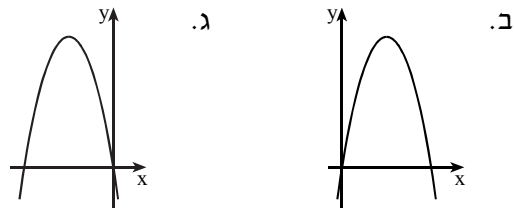


11. א. $a = 10$. ב. (1) 8. (2) 5. (3) עלייה: $x < 5$; ירידה: $x > 5$.

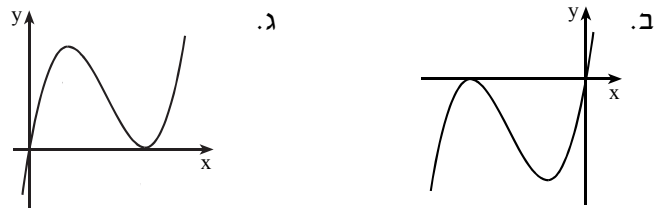


12. א. (1) כל x .
 ב. (2) (4;-112) מינימום, (-1;13) מקסימום.
 ג. (3) עלייה: $x > 4$ או $x < -1$; ירידה: $-1 < x < 4$.
 ד. (4) (-1.881;0), (6.381;0), (0;0).
 ג. (1) 3 נקודות קיצון. (2) 3 נקודות.

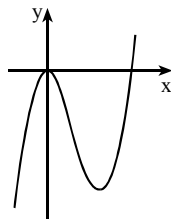
13. א. (1) כל x . (2) $(3a; 9a^2)$ מקסימום.
 (3) עלייה: $x < 3a$; ירידה: $x > 3a$. (4) $(0;0)$, $(6a;0)$.



14. א. (1) כל x . (2) $(-a;0)$ מקסימום, $(-\frac{a}{3}; -\frac{4}{27}a^3)$ מינימום.
 (3) עלייה: $x > -\frac{a}{3}$ או $x < -a$, ירידה: $-\frac{a}{3} < x < -a$. (4) $(0;0)$, $(-a;0)$.



15. א. (1) כל x .

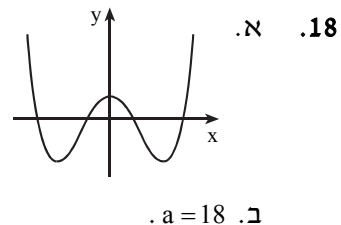


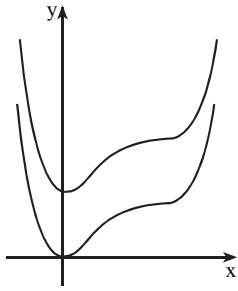
- (2) $(0;0)$, $(a;0)$.
 (3) מקסימום, $(\frac{2}{3}a; -\frac{4}{27}a^3)$ מינימום.
 (4) עלייה: $x > \frac{2}{3}a$ או $x < 0$, ירידה: $0 < x < \frac{2}{3}a$.

ג. $a = 9$.

16. א. $a = 3$, $b = 9$. ב. שתי נקודות קיצון: $x = -3$ מקסימום, $x = 0$ מינימום.
 ג. $x > -1\frac{1}{3}$.

17. א. כל x . ג. חיוביות: $x > -1$; שליליות: $x < -1$.
 ד. חיוביות: $x \neq 0$. שליליות: אין.
 ה. עלייה: $x > -1$; ירידה: $x < -1$.





ג.

19. א. (1) כל x .

(2) (0;0) מינימום.

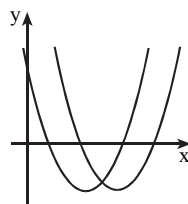
(3) עלייה: $x > 0$, ירידה: $x < 0$.

(4) (0;0).

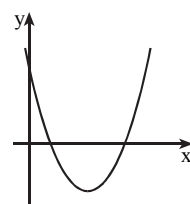
ב. $c = 2$.

20. א. $a = 6$. ב. (1) כל x . (2) (0;5), (1;0), (5;0).

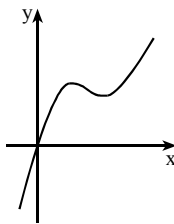
(3) (3;-4) מינימום. ד. (5;-4) מינימום.



ד. (2)



ג.



21. א. (1) כל x .

(2) (3;54) מקסימום, (5;50) מינימום.

(3) עלייה: $x > 5$ או $x < 3$,

ירידה: $3 < x < 5$.

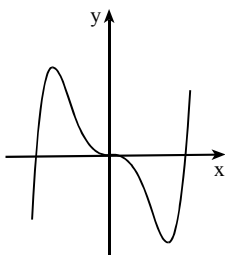
(4) (0;0).

ג. (1) (-5;50) מינימום, (-3;54) מקסימום.

(2) עלייה: $-5 < x < -3$; ירידה: $x > -3$ או $x < -5$.

22. א. כל x . ב. $(\frac{a}{2}; -\frac{a^2}{4} + 5)$ מינימום. ג. $-\sqrt{20} < a < \sqrt{20}$.

ד. עלייה: $x > \frac{a}{2}$; ירידה: $x < \frac{a}{2}$.



23. א. (1) כל x .

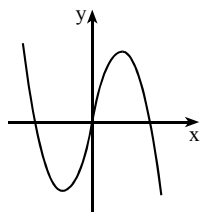
(2) $(-\sqrt{\frac{5}{a}}; 0)$, $(\sqrt{\frac{5}{a}}; 0)$, (0;0).

(3) $(\sqrt{\frac{3}{a}}; \frac{-6\sqrt{3}}{a\sqrt{a}})$ מינימום, $(-\sqrt{\frac{3}{a}}; \frac{6\sqrt{3}}{a\sqrt{a}})$ מקסימום.

(4) עלייה: $x > \sqrt{\frac{3}{a}}$ או $x < -\sqrt{\frac{3}{a}}$,

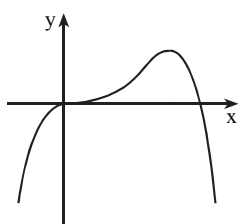
ירידה: $-\sqrt{\frac{3}{a}} < x < \sqrt{\frac{3}{a}}$.

ב. $a = 3$.

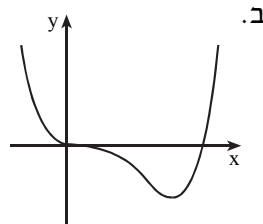


24. ב. (1) כל x . (2) $\left(\sqrt{\frac{b}{a}}; 0\right)$, $\left(-\sqrt{\frac{b}{a}}; 0\right)$, $(0; 0)$.
 (3) מקסימום, $\left(\sqrt{\frac{b}{3a}}, \frac{2b}{3}\sqrt{\frac{b}{3a}}\right)$
 מינימום, $\left(-\sqrt{\frac{b}{3a}}, -\frac{2b}{3}\sqrt{\frac{b}{3a}}\right)$.
 ד. $-m$.

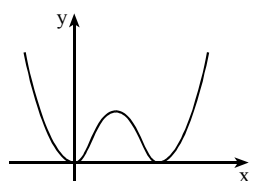
25. א. (1) כל x . (2) $(0.5; -0.021)$ מינימום.
 (3) עלייה: $x > 0.5$; ירידה: $x < 0.5$. (4) $(0; 0)$, $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.



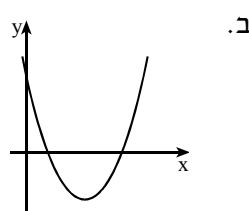
ג.



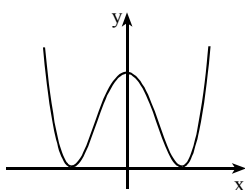
26. א. (1) כל x . (2) $(4; -9)$ מינימום. (3) עלייה: $x > 4$; ירידה: $x < 4$.
 (4) $(0; 7)$, $(1; 0)$, $(7; 0)$.
 ג. (1) $(1; 0)$ מינימום; $(4; 81)$ מקסימום, $(7; 0)$ מינימום.



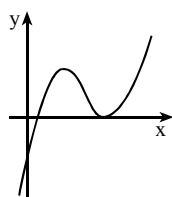
ג (2)



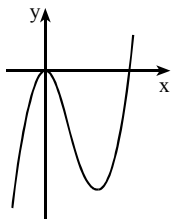
ג. (3) $k > 81$ או $k = 0$.



27. א. (1) כל x . (2) $(0; 1)$ מקסימום, $(1; 0)$ מינימום, $(-1; 0)$ מינימום.
 (3) עלייה: $x > 1$ או $-1 < x < 0$; ירידה: $0 < x < 1$ או $x < -1$.
 (4) א. $(-1; 0)$, $(1; 0)$, $(0; 1)$.
 ג. $0 < m < 1$. (2) $m > 1$ או $m = 0$. (3) $m < 0$.



28. א. $b = 4$, $a = 1$.
 ב. (1) כל x .
 (2) מקסימום, $(2; 4)$; מינימום, $(4; 0)$.
 (3) עלייה: $x > 4$ או $x < 2$; ירידה: $2 < x < 4$.
 ד. $(4; 0)$, $(1; 0)$, $(0; -16)$.

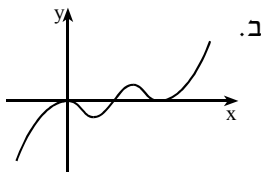


29. א. $a=6$. ב. תחום הגדרה: כל x .
 נקודות קיצון: $(4;-32)$ מינימום,
 $(0;0)$ מקסימום.
 תחומי עלייה: $x > 4$ או $x < 0$;
 תחומי ירידה: $0 < x < 4$.
 נקודות חיתוך: $(0;0)$, $(6;0)$.
 ד. 2 .

30. $b=3$, $a=\frac{1}{3}$.

31. א. $(0;0)$, $(2;-4a)$.

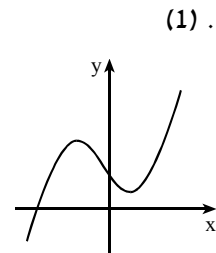
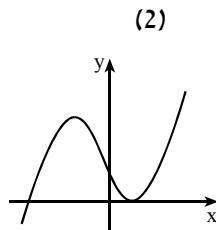
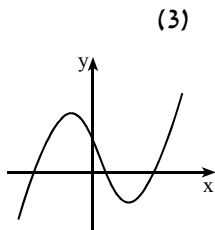
32. ב. $(0.5;0.021)$ מקסימום. ג. $(0.5;-0.021)$ מינימום.



33. א. כל x . ב. $(0;0)$, $(3;0)$, $(6;0)$.
 (3) $(0;0)$ מקסימום, $(1.658;-417.3)$ מינימום,
 $(4.342;417.3)$ מקסימום, $(6;0)$ מינימום.

34. א. $f(-3)=0$. ב. (3) חיובית: $x < -3$, שלילית: $x > -3$.
 ב. (1) $(-3;35.75)$ מקסימום.
 ג. (1) $k=35.75$. (2) $k < 35.75$. (3) $k > 35.75$.

35. א. $(0;a^2)$. ב. (1) $\left(0.25a;a^2-\frac{a^3}{3}\right)$ מינימום, $\left(-0.25a;a^2+\frac{a^3}{3}\right)$ מקסימום.
 (2) ברביע השני.



- ד. (1) $a=3$. (2) $0 < a < 3$. (3) $a > 3$.

36. א. (1) $a > 15$ או $a < -15$. (2) $-15 \leq a \leq 15$. (3) a .