

מבחן במתמטיקה לכתה י' 5 יח"ל – סיכום שנה

(רבע ד' שנתי)

זמן המבחן - 180 דקות (זכור! יש לנמק את כל שלבי הפתרון!)

I אלגברה (תרגיל 1 ללא בחירה)

1.

נתונה מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} (m+2)x+2y=m \\ (m^2+2m)x+2y=1 \end{cases}$$

א. מצא עבור אילו ערכים של הפרמטר m , מייצגות המשוואות שני ישרים:

(1) נחתכים (2) מקבילים (3) מתלכדים.

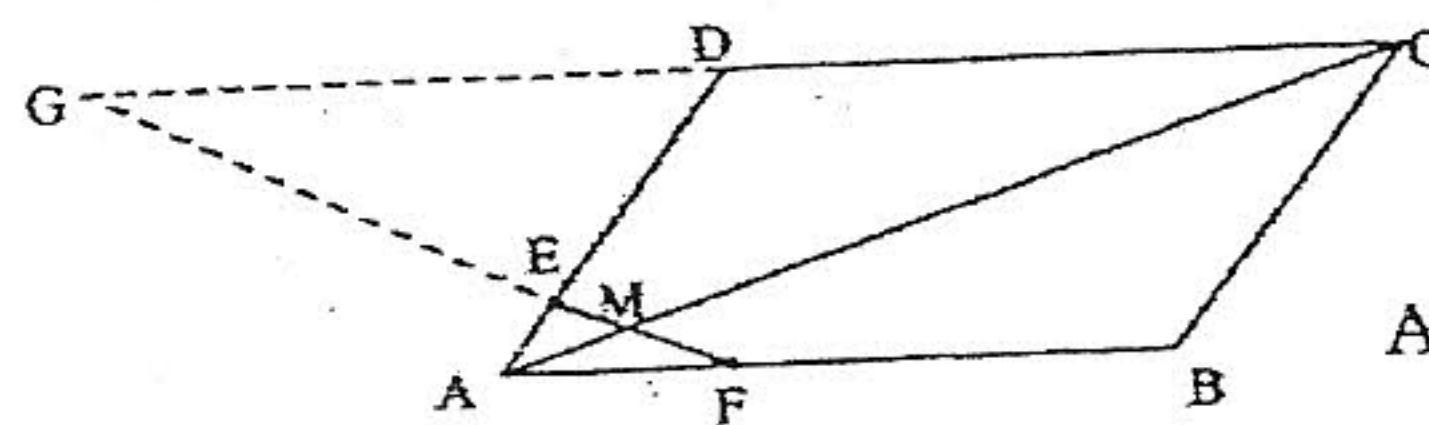
ב. מצא את משוואות הישרים במקרה בו הם מקבילים וחשב את המרחק ביניהם.

ג. בטא בעזרת m את שיעורי נקודת החיתוך של שני הישרים במקרה בו הם נחתכים.

ד. מצא עבור אילו ערכים של הפרמטר m , נקודת החיתוך של שני הישרים נמצאת ברביע השלישי? $(x < 0, y < 0)$

II גאומטריה, טריגונומטריה - פתור 2 תרגילים מתוך 3 הבאים:

2.



נתונה מקבילית ABCD.

הנקודה E נמצאת על הצלע

AD כך ש- $DE = 3AE$.

הנקודה F נמצאת על הצלע

AB כך ש- $BF = 2AF$. הנקודה

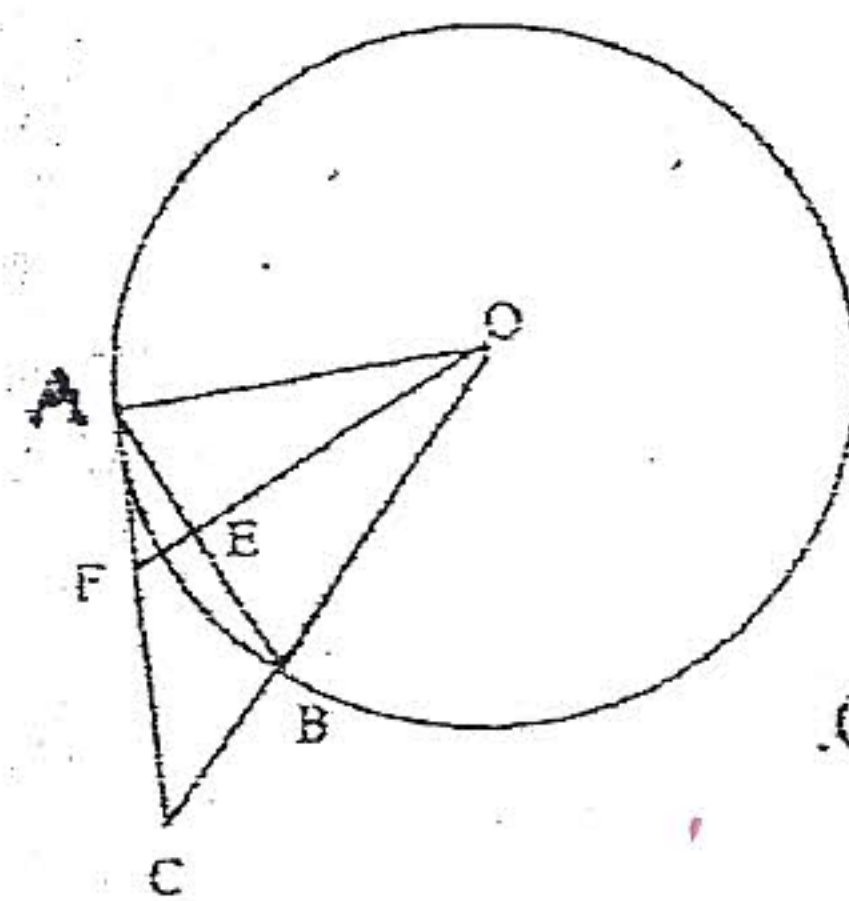
M היא נקודת החיתוך של האלכסון AC עם הקטע EF. הנקודה G היא

נקודת החיתוך של המשך הקטע EF עם המשך הצלע CD (ראה ציור).

א. חשבו: D אמצע הקטע CG.

ב. חשב את היחס $\frac{AM}{MC}$.

3.



AC משיק למעגל O בנקודה A (ראה ציור).

OE \perp AB. המשך OE חותך את המשיק

בנקודה F (ראה שרטוט).

א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle OFC$.

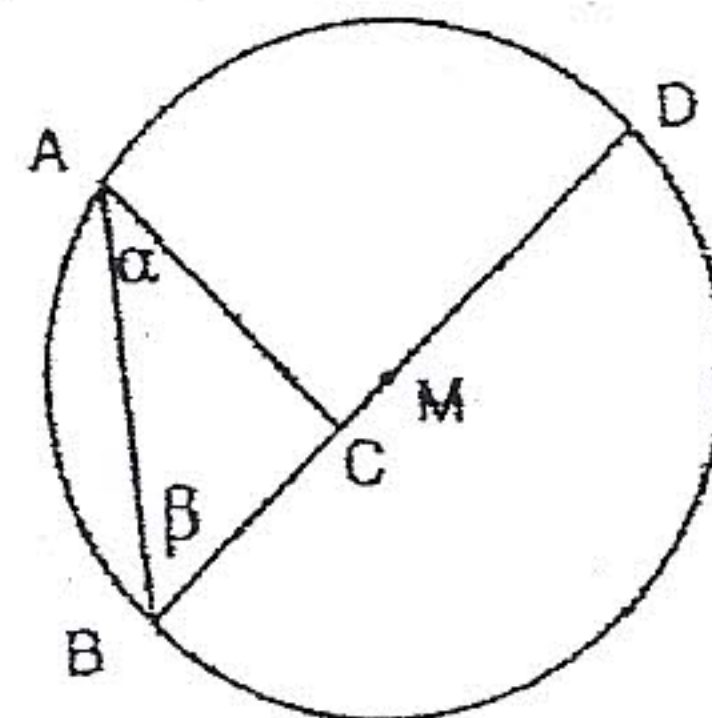
ב. נתון: $OC = 1.6AC$, $OF = 8$ ס"מ.

חשב את אורך המיתר AB.

ג. נתון גם: $EF = 0.88$ ס"מ. חשב את רדיוס המעגל O.

ד. חשב את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.

4.



נתון משולש ABC ששניים מקדקודיו על

היקף המעגל. רדיוס המעגל הוא R ומרכזו

בנקודה M. נתון: $\angle CAB = \alpha$, $\angle CBA = \beta$.

א. בטא באמצעות α ו- β את שטח

המשולש $\triangle ABC$.

ב. בטא באמצעות α ו- β את יחס השטחים: $\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}}$.

ג. הוכח: אם $\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{1}{2}$, אז $\alpha = \beta$.

5.

הישר $y = 10$ משיק לגרף הפונקציה $f(x) = Ax^5 - x^3 - 4x + B$ בנקודה שבה $x = -2$.

א. מצא את A ו-B.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

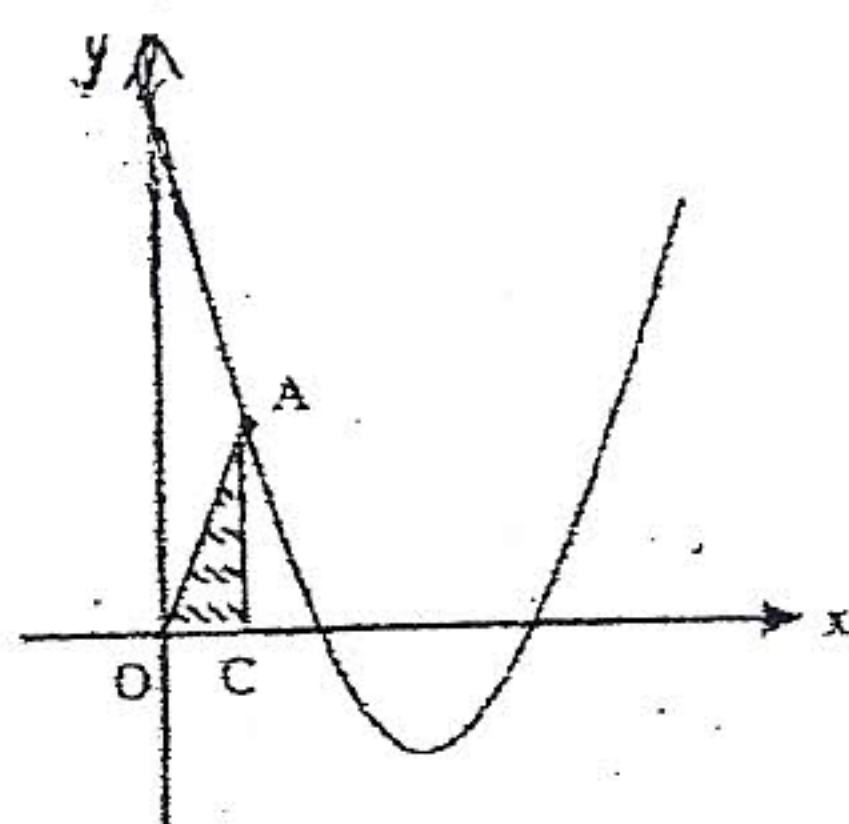
ד. בכמה נקודות חותך גרף הפונקציה את ציר ה-X בחלקו החיובי? (נמק ללא חישוב - לפי סקיצה של הגרף)

-סעיף ה' אינו חובה - בנוס 5 נקודות לתרגיל -

* ה. (1) הראה שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית.

(2) הישר $y = mx + n$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = t$. הבע בעזרת m את

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -t$.



6.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = 2(4-x)^2 - 6$

ברביע הראשון, (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה A מורידים את AC לצד ה-x.

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר OA (לפי הנקודה A שמצאת בסעיף א') וציר ה-Y.

חשב את השטח המקסימלי של המשולש AOC הנוצר באופן זה.

חשב שטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר OA (לפי הנקודה A שמצאת בסעיף א') וציר ה-Y.

7. נתונה פונקציה $y = x^3 - ax$ ($a > 0$)

א. בטא בעזרת a את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העלייה וירידה שלה.

ב. נתון ששטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה וציר ה-X שווה ל-8.

חשב את a.

בהצלחה!



התיכון המקיף עומר

דף מבחן

ציון:

שם המורה/הבודק:

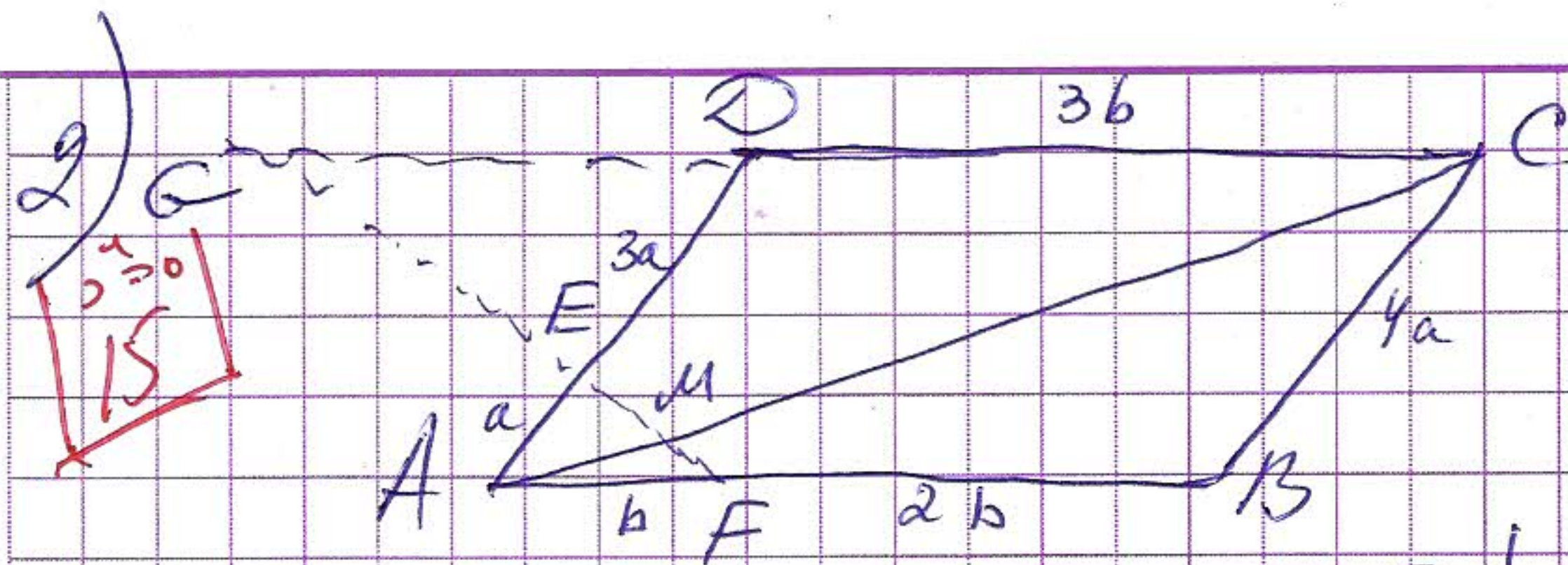
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי



נתון: $ABCD$ מקבילית
 $DE = 3AE$
 $BF = 2AF$

נמצא: AM ו- MC (הוכחה)
 $AM = ?$

1. $GC \parallel AF$ (הוכחה)
 $\frac{AF}{GD} = \frac{AE}{ED} = \frac{1}{3}$ (י.י.)
 $GD = 3AF$

2. $AD = 4a \Leftarrow ED = 3a \Leftarrow AE = a$ (נתון)

3. $AB = 3b \Leftarrow FB = 2b \Leftarrow AF = b$ (נתון)

4. $AB = DC = 3b$ (הוכחה)

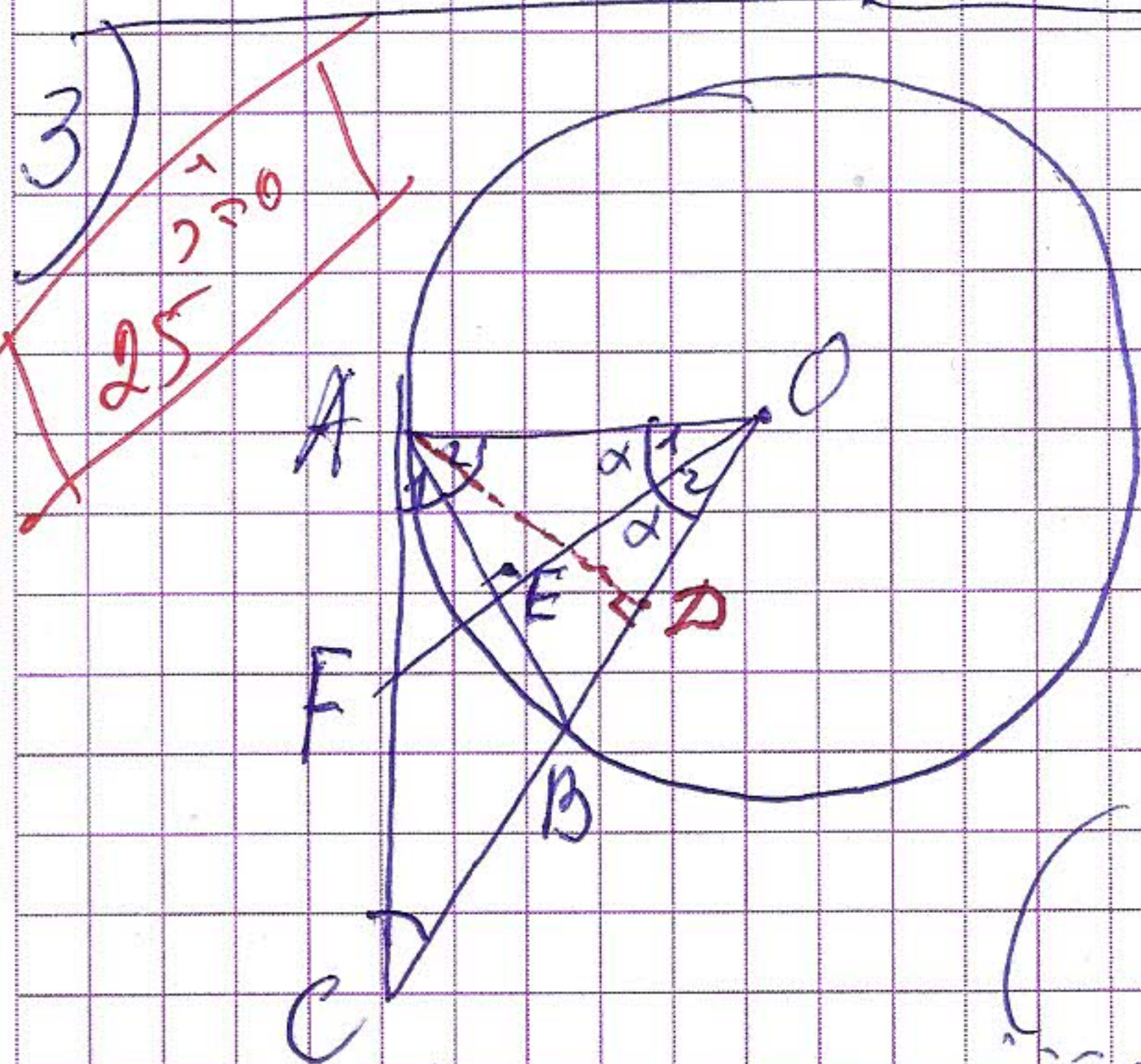
5. $GD = 3b$ (מ-1)

6. $DC = 6b$ (מ-4)

7. $GC = 3b \cdot 2 = 6b$ (מ-1)

8. $\frac{AM}{MC} = \frac{AF}{GC} = \frac{b}{6b}$ (י.י.)

9. $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{6}$ (מ-8)



נתון: AC ו- AB חתכים
 $OE \perp AB$

נמצא: $\angle A_1$ (הוכחה)
 $\triangle ABC \sim \triangle OFC$

1. $\triangle AOB$ שווה שוקים (נתון)
2. $OE \perp AB$ (נתון)
3. $AE = EB$ (הוכחה)
4. $\angle A_1 = \angle A_2 = \alpha$ (הוכחה)
5. $\angle A_1 = \frac{1}{2} \angle AOB = \alpha$ (הוכחה)

6. $\angle A_1 = \alpha \Leftarrow (\angle AOE) \Leftarrow \angle A_2 = 90^\circ - \alpha$ (הוכחה)

7. $\triangle ABC \sim \triangle OFC$ (הוכחה)

8. $\angle A_1 = \alpha$ (מ-6)

AD = 4.7175 ✓

ציון: _____

שם המורה/הבודק: _____

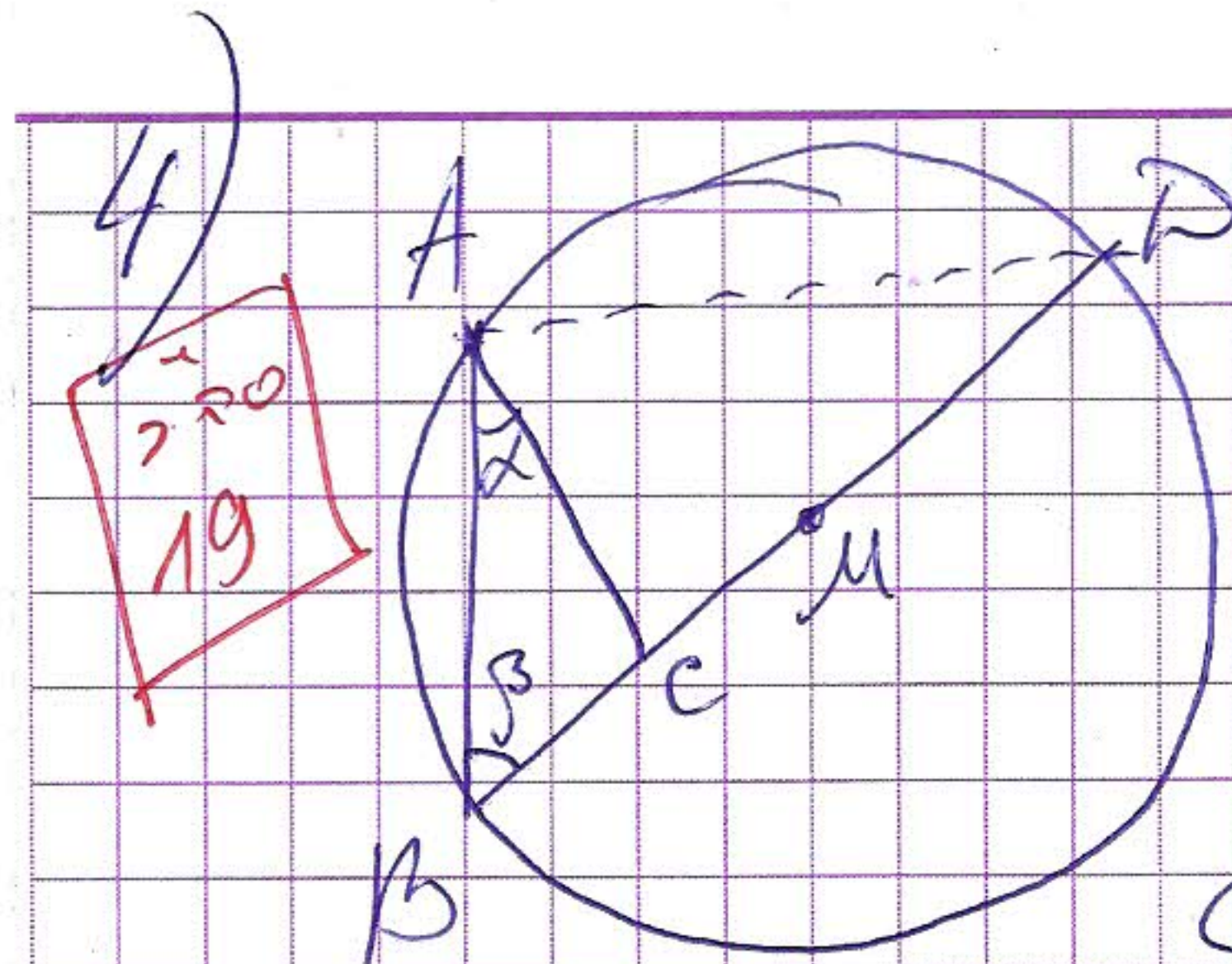
תאריך: _____

מקצוע: _____

הכיתה: _____

הנבחן: _____

שם משפחה ופרטי



נתון:
 $\angle A = \alpha$
 $\angle B = \beta$
 $AM = BM = CM = DM = R$

$$S_{ABC} = f(\alpha, \beta, R)$$

$$(S = \frac{a^2 \sin \beta \sin \alpha}{2 \sin \alpha})$$

$$S_{ABC} = \frac{R^2 \sin^2 \beta \sin \alpha}{2 \sin \beta \sin(\alpha + \beta)}$$

$$S_{ABC} = \frac{2R^2 \cos^2 \beta \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}$$

$$S_{ABD} = \frac{AB \cdot BD \sin \beta}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = ?$$

$$= \frac{2R \cos \beta \cdot 2R \sin \beta}{2} = 2R^2 \cos \beta \sin \beta = R^2 \sin 2\beta$$

$$= R^2 \sin 2\beta$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{2R^2 \cos \beta \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cdot 2R^2 \cos \beta \sin \beta} = \frac{\cos \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$= \frac{\cos \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{1}{2}$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = 0$$

$$\sin(\alpha - \beta) = 0$$

$$\alpha - \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \beta$$

$$\alpha = \beta$$

$$\alpha = \beta$$

נתון:
 $\angle A = \alpha$
 $\angle B = \beta$
 $AM = BM = CM = DM = R$

$$\angle BAD = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{BD} = \cos \beta$$

$$AB = 2R \cos \beta$$

$$S_{ABC} = \frac{AB^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(180^\circ - (\alpha + \beta))}$$

$$S_{ABC} = \frac{2R^2 \cos^2 \beta \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = ?$$

$$= \frac{2R^2 \cos^2 \beta \sin \alpha \sin \beta}{2R^2 \cos \beta \sin \beta} = \cos \beta \sin \alpha$$

$$= \cos \beta \sin \alpha$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \beta$$

$$S_{ABD} = 2S_{ABC}$$

$$\alpha = \beta$$



התיכון המקיף עומר

דף מבחן

ציון:

שם המורה/הבודק:

תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי

20 כ"ו

5) $f(x) = Ax^5 - x^3 - 4x + B$ $y=10$ $f(-2)=10$

$f'(-2)=0$ $f'(x) = 5Ax^4 - 3x^2 - 4$ $f'(-2) = 80A - 12 - 4 = 0 \Rightarrow A = \frac{1}{5} = 0.2$

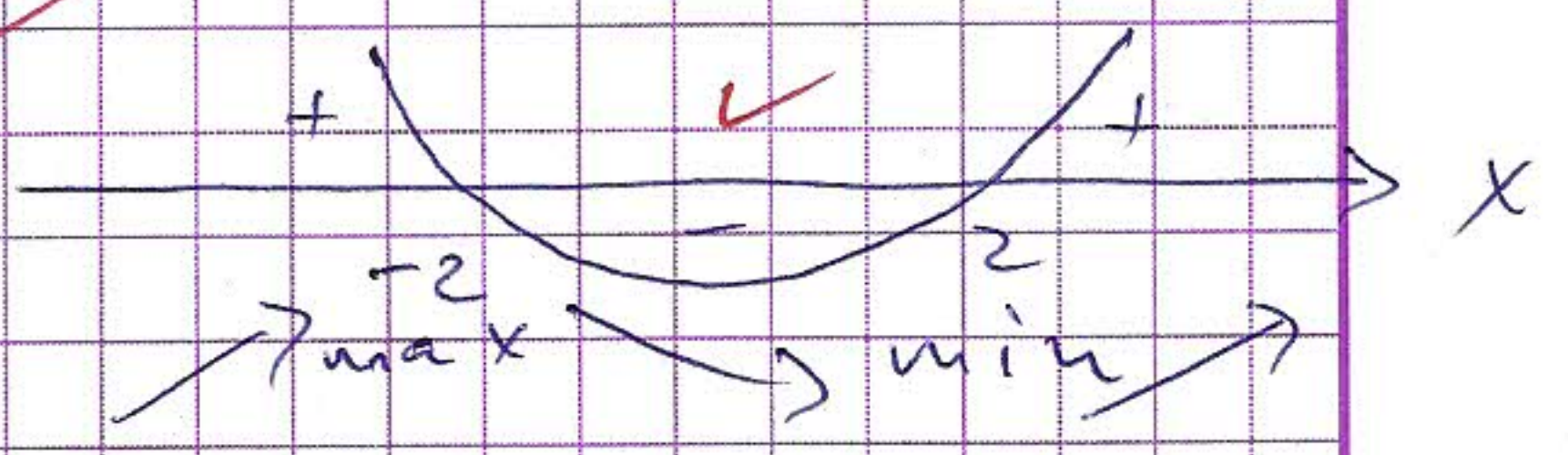
$f(-2) = -32 \cdot \frac{1}{5} + 8 + 8 + B = 10 \Rightarrow B = \frac{2}{5} = 0.4$

2) $f(x) = 0.2x^5 - x^3 - 4x + 0.4$

$f'(x) = x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_1^2 = -1$ $x_2^2 = 4$ $x_1 = 2$ $x_2 = -2$

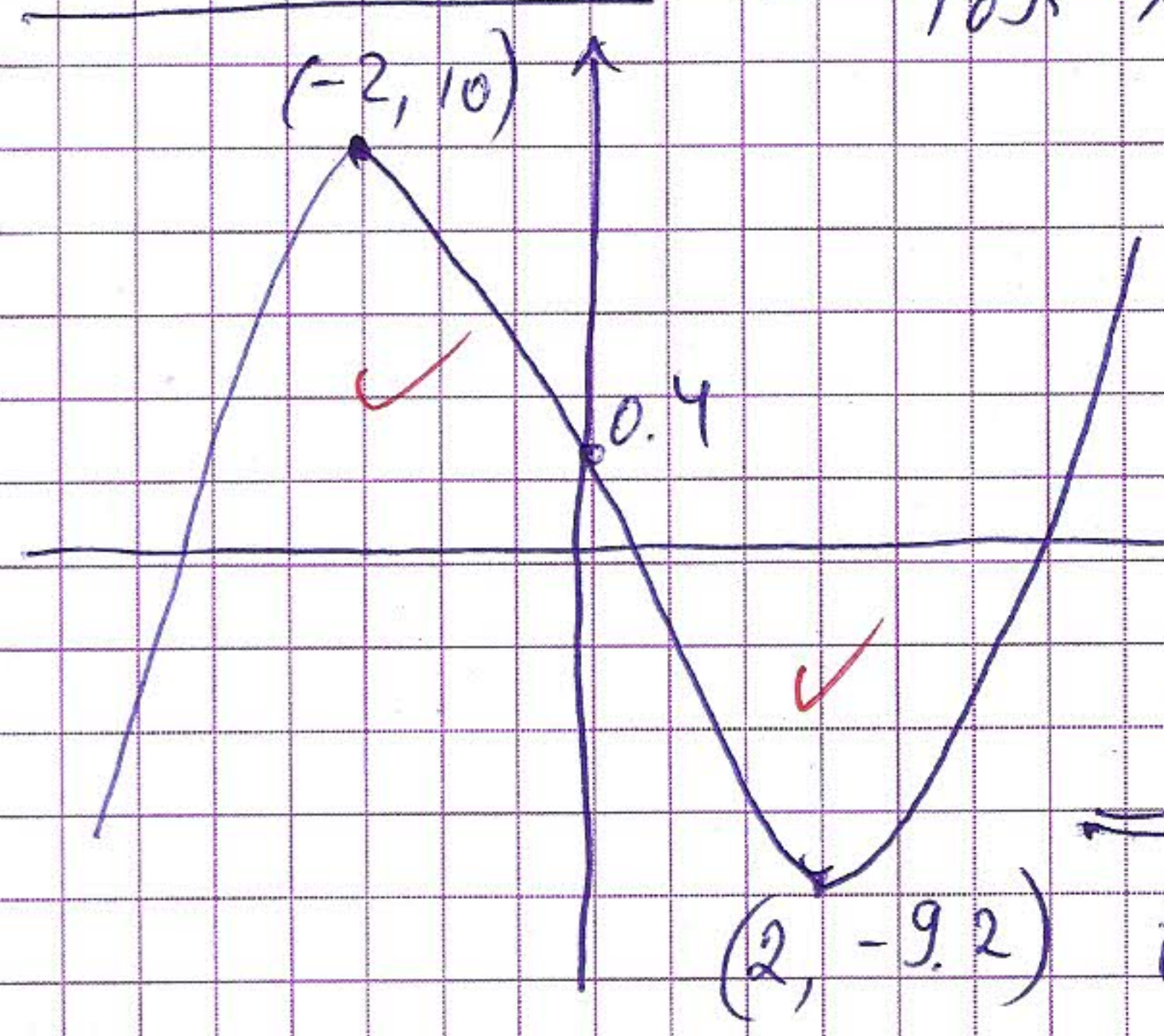
$t^2 - 3t - 4 = 0$ $t_1 = 4$ $t_2 = -1$

$\min(2, -9.2)$ $\max(-2, 10)$



$-2 < x < 2$

הפונקציה היא פולינום של מעלה 5. יש להבדיל בין המקסימום והמינימום של הפונקציה לבין המקסימום והמינימום של הפונקציה על הקטע $[-2, 2]$.



הפונקציה היא פולינום של מעלה 5. יש להבדיל בין המקסימום והמינימום של הפונקציה לבין המקסימום והמינימום של הפונקציה על הקטע $[-2, 2]$.

$f(x) = 0.2x^5 - x^3 - 4x + 0.4$ $f'(x) = x^4 - 3x^2 - 4$ $m = f'(t) = f'(-t) = m$

10
8-10

8-10

4-10

10
+5

ציון: _____

שם המורה/הבודק: _____

הנבחן: _____

שם משפחה ופרטי _____

הכיתה: _____

מקצוע: _____

תאריך: _____

6) $15 - x^2 = 0$

$f(x) = 2(4-x)^2 - 6 = 2x^2 - 16x + 26$

$A(t, 2t^2 - 16t + 26)$ ✓

$S_{AOC} = \frac{t(2t^2 - 16t + 26)}{2}$ ✓

$S(t) = t^3 - 8t^2 + 13t$ ✓

$S'(t) = 3t^2 - 16t + 13 = 0$ ✓

$t_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 156}}{6}$ ✓

$t_1 = 1$ ✓ $t_2 = 4\frac{1}{3}$

$A(1, 12)$ ✓

$S_{\max} = \frac{1 \cdot 12}{2} = 6$ ✓

$9 - \frac{1}{3}$

2) $12\frac{2}{3} \Rightarrow S_{OAB} = S_{OBAC} - S_{OAC}$ ✓

$S_{OBAC} = \int_0^1 (2x^2 - 16x + 26) dx = \left[\frac{2}{3}x^3 - 8x^2 + 26x \right]_0^1 = \left(\frac{2}{3} - 8 + 26 \right) - 0$ ✓

$S_{OBAC} = 18\frac{2}{3} \Rightarrow S_{OAB} = 18\frac{2}{3} - 6 = 12\frac{2}{3}$ ✓

$6 - \frac{1}{3}$

$27\frac{1}{3} \Rightarrow OA; m = \frac{12}{1} = 12$ ✓ $y - 12 = 12(x - 1)$ ✓

$y = 12x$ ✓

$S_{OAB} = \int_0^1 (2x^2 - 16x + 26 - 12x) dx = \int_0^1 (2x^2 - 28x + 26) dx =$ ✓

$= \left[\frac{2}{3}x^3 - 14x^2 + 26x \right]_0^1 = \left(\frac{2}{3} - 14 + 26 \right) - 0 = 12\frac{2}{3}$ ✓

$8 - \frac{1}{3}$

שם המורה/הבודק:

הנבחר:

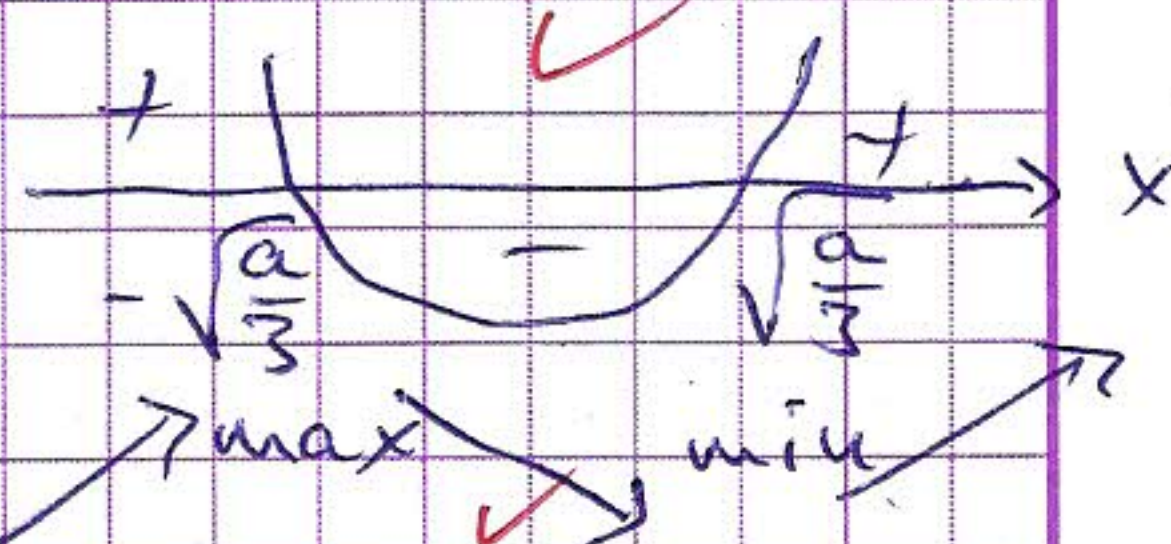
הכיתה:

מקצוע:

תאריך:

שם משפחה ופרטי

$$y' = 3x^2 - a = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{a}{3}}$$



$$\max \left(\sqrt{\frac{a}{3}}, \frac{2a\sqrt{a}}{3\sqrt{3}} \right)$$

$$\min \left(\sqrt{\frac{a}{3}}, -\frac{2a\sqrt{a}}{3\sqrt{3}} \right)$$

$$x_1 = -\sqrt{\frac{a}{3}} \quad y = -\frac{a}{3}\sqrt{\frac{a}{3}} + a \cdot \sqrt{\frac{a}{3}} =$$

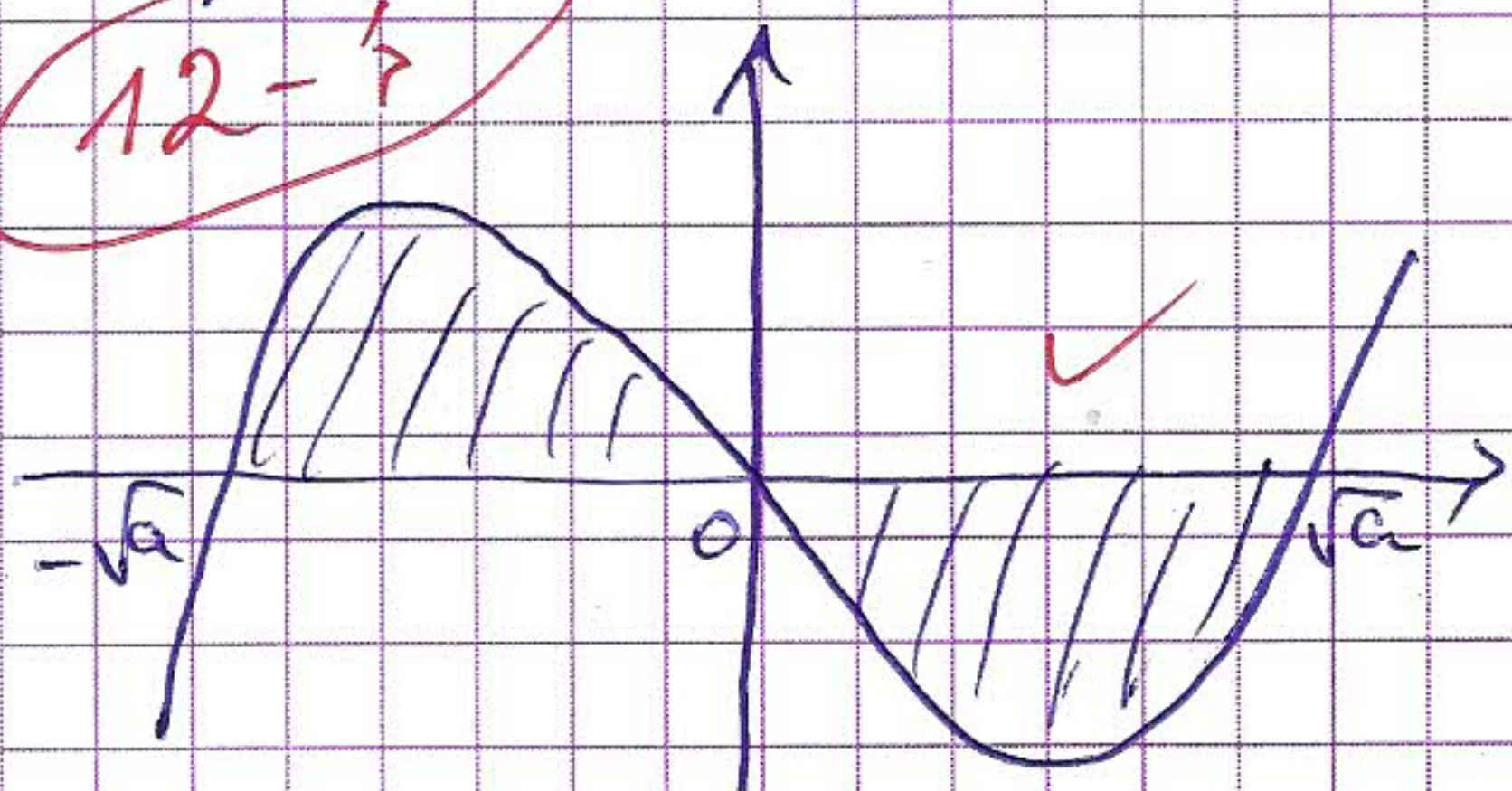
$$= \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{\frac{a}{3}}$$



$$x_2 = \sqrt{\frac{a}{3}} \quad y = \frac{a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}} - a \sqrt{\frac{a}{3}} = -\frac{2a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}}$$

$$-\sqrt{\frac{a}{3}} < x < \sqrt{\frac{a}{3}} \quad \checkmark \text{ " } p \text{ " } \text{pas}$$

$$2) \quad x^3 - ax = 0 \Rightarrow x(x^2 - a) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_{2,3} = \pm \sqrt{a}$$



הערך ס'הס"ה כלל צא"ס
הצ"ח"ק (ס"ה'ס"ל"ק)  
צ"ב"ק"ה א"ס"ה

$$S = 2 \cdot \int_0^1 (x^3 - ax) dx = 8$$

$$\left[\frac{x^4}{4} - \frac{ax^2}{2} \right]_{-\sqrt{a}}^0 = 4 \Rightarrow 0 - \left(\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} \right) = 4$$

$$\frac{a^2}{4} = 4$$

(15)
 $(a > 0)$ $a = 4$ $\Leftarrow a^2 = 16$

אברהם בן יצחק
ה'תק"ל

$$2. \frac{a^2}{4} = 8$$

הנה'לך
ב'ח'ו'ת