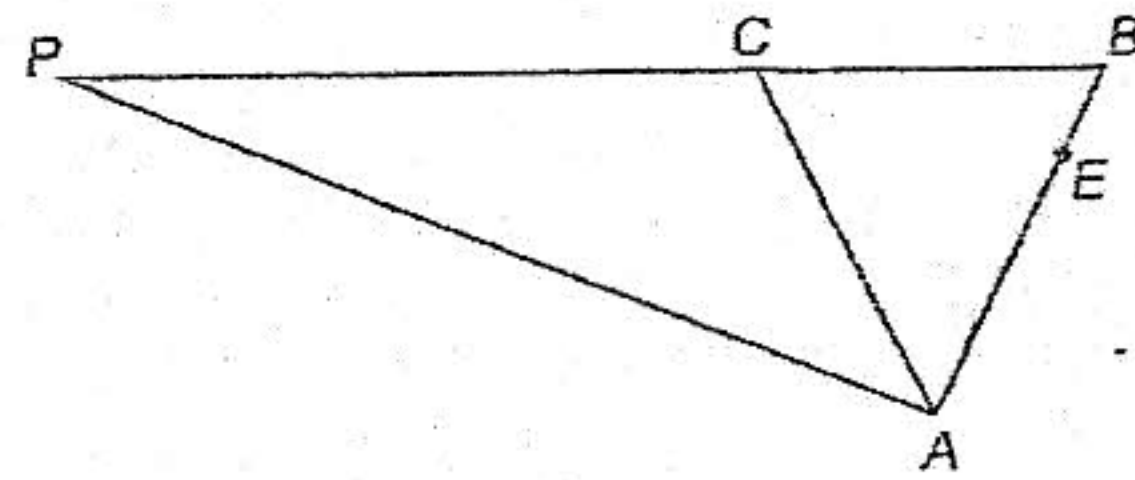


28.02.2011

מבחן לכתה יבי 5 יח"ל (807) - רבע ג'
זמן של הבחינה - שעה

I וקטורים וגאומטריה אנליטית - פתור 2 תרגילים מבין התרגילים 1-3.

1.

נתונות הנקודות $A(0,0)$ ו- $E(3,6)$.נקודה B נמצאת על המשך AE כך ש- $AB = AC$.

ושטח המשולש CAE גדול פי 3 משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC כך ש- $PC = 2 \cdot BC$.מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה. *וקצת סתם 1810*

ג. (ללא קשר עם שני הסעיפים הקודמים)

אחד מפתרונות המשוואה $(1+i)z^2 - kz + 4i = 0$ הוא $z_1 = i$.(1) מצא את k (2) מצא את הפתרון השני z_2 של המשוואה.

2.

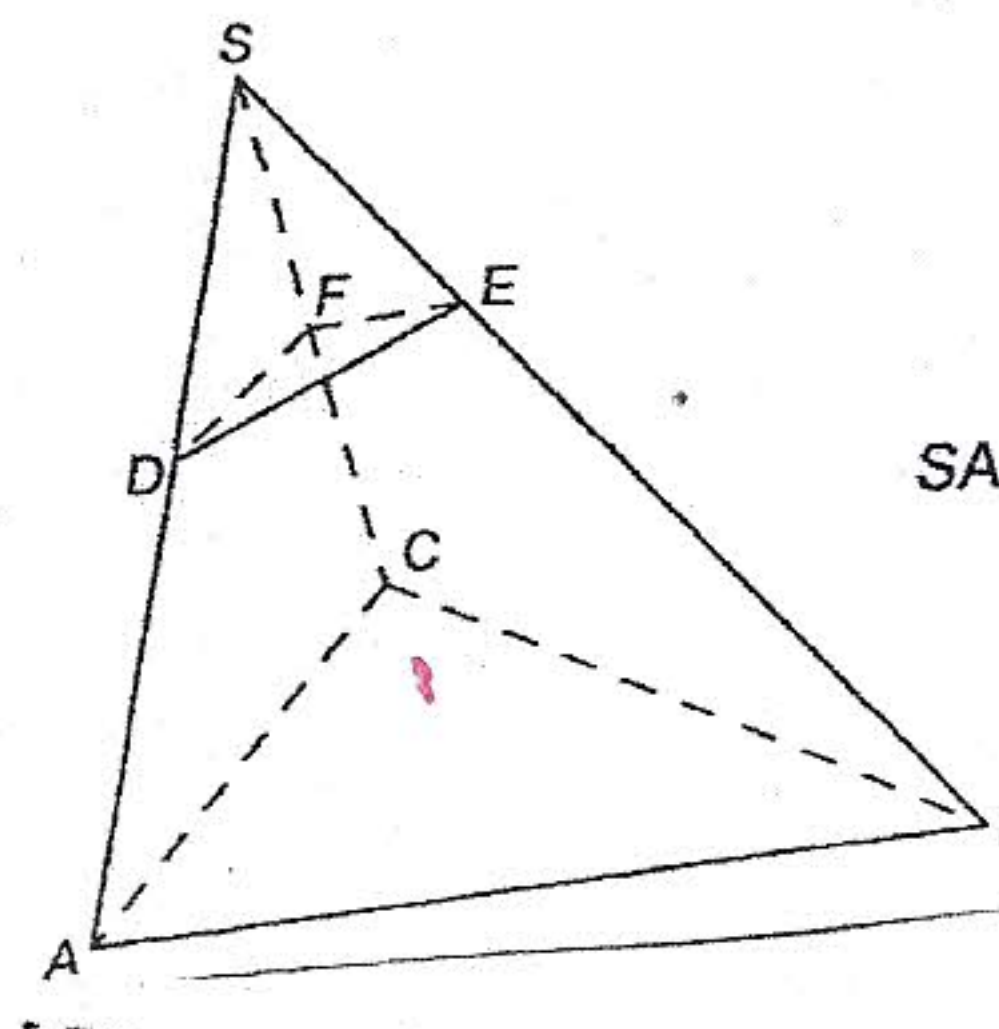
שיעורי הקדקודים של פירמידה SABC הם: $S(0,0,0)$, $C(2,2,2)$, $B(3,2,0)$, $A(2,1,3)$.

נקודה F היא אמצע המקצוע SC.

דרך נקודה F מעבירים מישור המאונך למקצוע SC.

א. מצא את משוואת המישור.

ב. המישור שמצאת בסעיף א חותך את המקצועות SA ו- SB.

נקודות E ו- D בהתאמה $\vec{DE} \parallel \vec{SC}$ ו- $\vec{DE} \perp \vec{SC}$.ה'3'3' ג' / ה'ש'ה'ק $AB \perp FE$.ה'ש'ק א'ת ה'ל'ל' ב'ן ה'ש'ר SB ע'ל ה'ש'ר DEF ה'ש'ר.

3.

בתיבה $ABCD A'B'C'D'$:

$$\vec{AB} = \underline{u}$$

$$\vec{AD} = \underline{v}$$

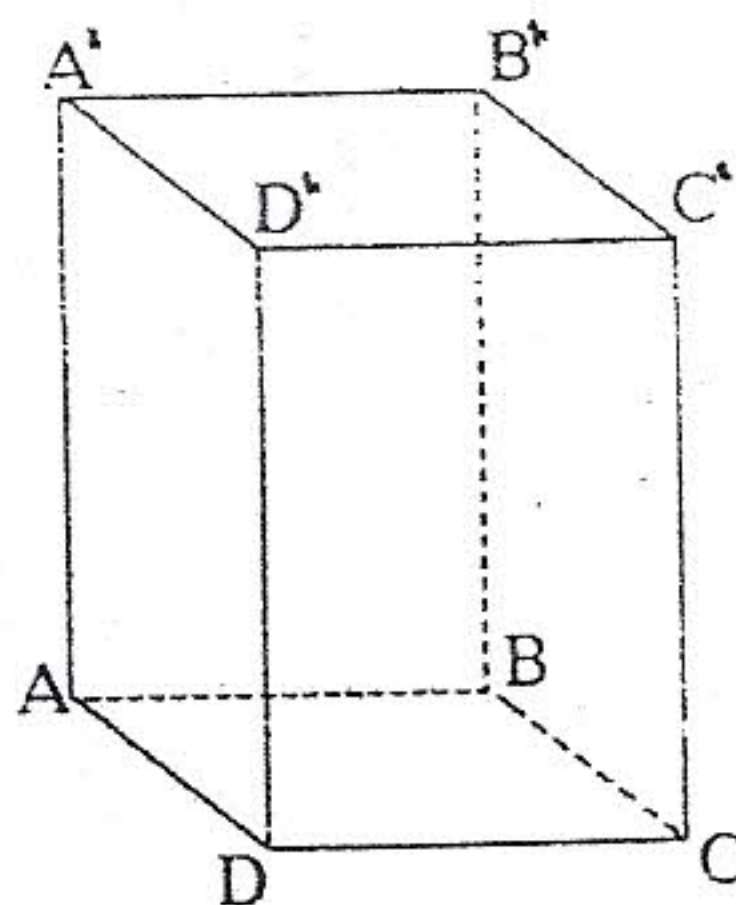
$$\vec{AA'} = \underline{w}$$

נתון: $|\underline{u}| = 1$ $|\underline{v}| = \sqrt{3}$ הווקטור $\underline{x} = \underline{u} + t\underline{v} - \frac{1}{4}\underline{w}$ יוצר זוויות שוות עםהווקטורים \vec{AC} ו- \vec{AB} .

א. חשב את t.

ב. נתון גם כי הווקטור \underline{x} מאונך לווקטור $\vec{AD'}$.מצא את גובה התיבה, AA' .ג. נגד'ר את הנקודה A כראש'ת ה'3'3' ק' : $A(0,0,0)$.כש'ק משוואת ה'ש'ר $AD'B'$.

(המשך בעמ' הבא ..)



II חזקות, לגריתמים ומספרים מרוכבים – פתור תרגיל 1 מבין התרגילים 4,5.

4.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{e^x + b}$, $b > 0$ הוא פרמטר.

- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- הבע באמצעות b את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- נתון כי לפונקציה יש נקודת פיתול אחת. הראה כי: (1) שיעור y של נקודת הפיתול של הפונקציה אינו תלוי ב- b . (2) שיפוע המשיק בנקודת הפיתול אינו תלוי ב- b .
- סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה עבור: (1) $b = e$ (2) $b = \frac{1}{e}$. סמן את הגרפים במספרים (1) ו- (2) בהתאמה.
- העבירו משיק בנקודת הפיתול לפונקציה שעבורה $b = e$, והעבירו משיק בנקודת הפיתול לפונקציה שעבורה $b = \frac{1}{e}$. מצא את שטח המרובע הנוצר על-ידי שני המשיקים, על-ידי ציר x ועל-ידי הישר העובר דרך שתי נקודות הפיתול.

5.

נתונה משפחת פונקציות: $y = x \ln^n x$ (n טבעי).

- הראה שעבור כל n טבעי המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{1}{e^n}$ מקביל לציר ה- x .
- הראה שעבור n זוגי יש לפונקציה נקודות מקסימום בנקודה $x = \frac{1}{e^n}$, ואילו עבור n אי-זוגי, מתקבלת נקודת מינימום.
- הצב $n=2$ ו- $n=3$ וחקור כל אחת מן הפונקציות המתקבלות (רשום: (1) תחום ההגדרה של הפונקציה. (2) נקודות קיצון. (3) מצא תחומי עליה וירידה. (4) נקודות פיתול. (5) תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. (6) נקודות חיתוך עם הצירים.
- שרטט גרפים של הפונקציות שחקרת בסעיף ג.

בהצלחה !

ציון: _____

דף מבחן

28/02/11

מבחן סכמה 'ג' - 5' - 804 - רגל שם המורה/הבודק:

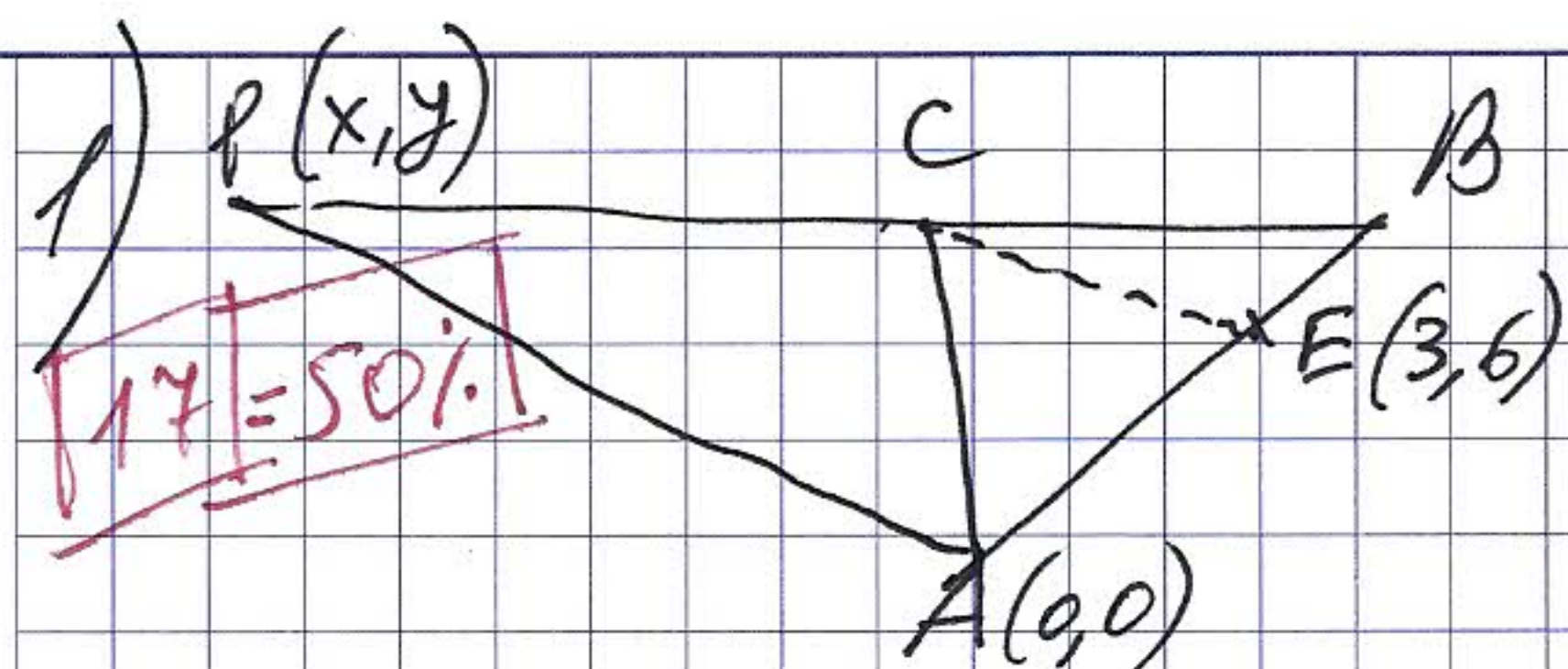
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

שם משפחה ופרטי

הנבחן:



נתון: $A(0,0)$ $E(3,6)$

$$AB = AC$$

$$S_{CAE} = 3 \cdot S_{CEB}$$

נמצא נק' B

$$PC = 2BC$$

נמצא נק' P

נתון: $P(x,y)$ $C(x_c, y_c)$

$$\frac{x - x_c}{x_c - 4} = 2 \Rightarrow x_c = \frac{x + 8}{3}$$

$$\frac{y - y_c}{y_c - 8} = 2 \Rightarrow y_c = \frac{y + 16}{3}$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 8^2} = AC = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$$

$$x_c^2 + y_c^2 = 80$$

$$\left(\frac{x+8}{3}\right)^2 + \left(\frac{y+16}{3}\right)^2 = 80$$

$$(x+8)^2 + (y+16)^2 = 720$$

נק' מרכז $(-8, -16)$

$$26.83... = 12\sqrt{5} = \sqrt{720} \quad 101'30''$$

$$(1+i)z^2 - kz + 4i = 0$$

$$z_1 = i \Rightarrow -1 - i - ki + 4i = 0$$

$$k = \frac{-1 + 3i}{i} = 3 + i$$

נמצא נק' z_2

$$z_1 + z_2 = \frac{k}{1+i} = \frac{3+i}{1+i}$$

$$i + z_2 = \frac{(3+i)(1-i)}{1+1} =$$

$$= \frac{3+i-3i+1}{2} = 2-i$$

$$i + z_2 = 2-i \Rightarrow z_2 = 2-2i$$

$$(1+i)z^2 - (3+i)z + 4i = 0$$

$$\Delta = 9 + 6i - 1 - 4 \cdot 4i(1+i) =$$

$$= 8 + 6i - 16i + 16 = 24 - 10i = (x+yi)^2$$

$$x^2 - y^2 = 24$$

$$2xy = -10$$

$$x^4 - 24x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25 \quad x^2 = -1$$

$$x = \pm 5$$

$$y = \mp 1$$

$$y = -\frac{5}{x}$$

$$x^2 - \frac{25}{x^2} = 24$$

$$z_{1,2} = \frac{3+i \pm (5-i)}{2+2i} =$$

$$z_1 = \frac{3+i-5+i}{2+2i} = \frac{-2+2i}{2+2i} = i$$

$$z_2 = \frac{3+i+5-i}{2+2i} = \frac{8}{2(1+i)} = 2-2i$$

15=50%

12

דף מבחן

שם המורה/הבודק:

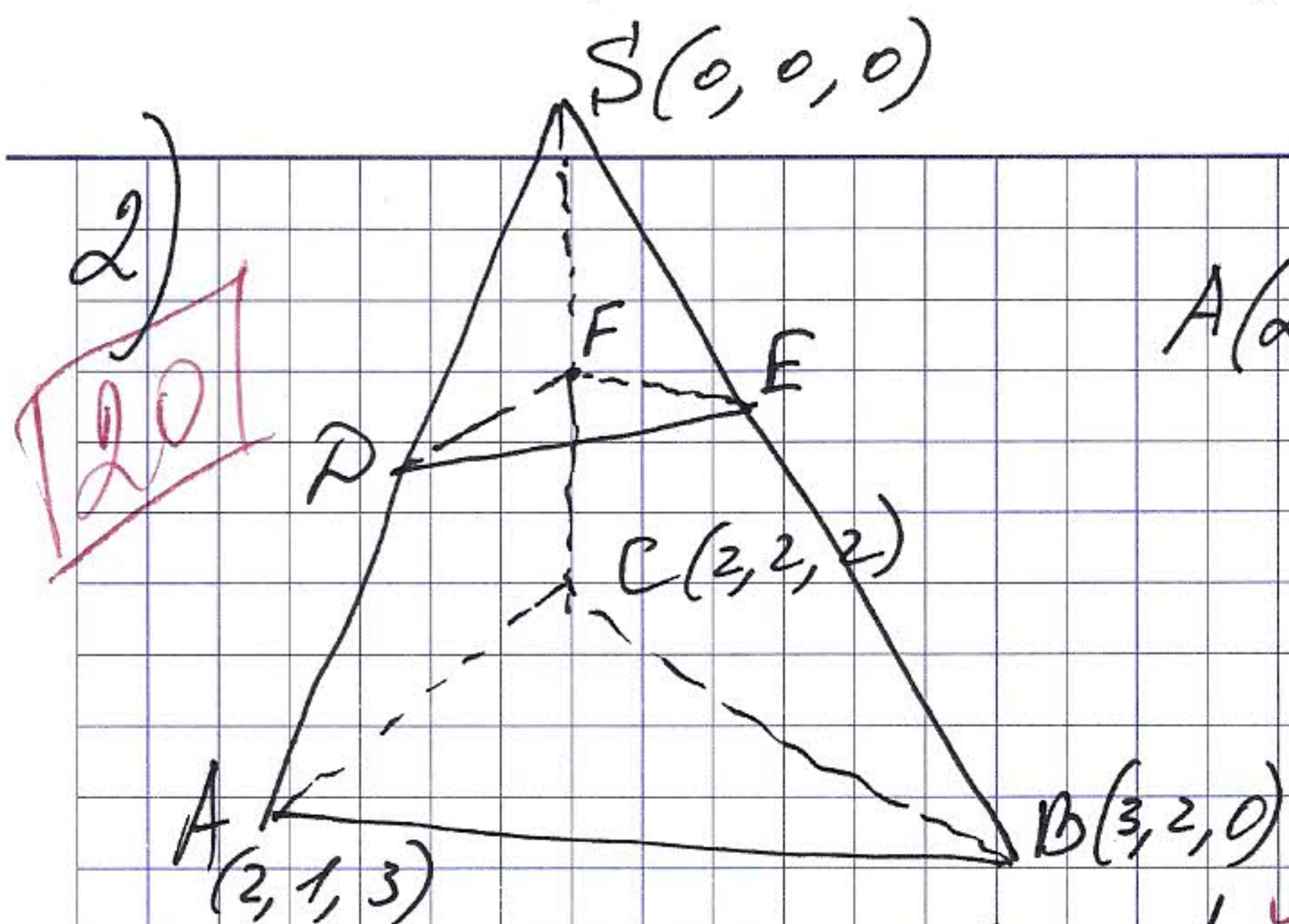
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי



∴ $\angle A = \angle C$ $SABC : 1/10/1$

$$A(2, 1, 3), B(3, 2, 0), C(2, 2, 2), S(0, 0, 0)$$

$$SF = FC$$

SC \perp FDE \Rightarrow e'n

FDE stehen für

$$(a, b, c) = (2, 2, 2) \rightarrow \text{HCF of } 2, 2, 2$$

SC 83/10 F 83/17

$$F(1, 1, 1)$$

$$2x + 2y + 2z + d = 0$$

$$2 + 2 + 2 + d = 0$$

$$d = -b \Rightarrow 2x + 2y + 2z - 6 = 0 \Rightarrow x + y + z - 3 = 0 \quad \text{FDE}$$

$l_1: \underline{x} = (2, 1, 3) + t(1, 1, -3) \quad \checkmark: AB \text{ sen } ? \quad AB, FE \text{ p' sen } (2$

$$\underline{x} = (0, 0, 0) + \underline{s}(3, 2, 0) \quad \checkmark \quad : \text{SB sein}$$

$(FDE \text{ zima SB}) E \text{ žijte}$

$$35 + 25 + 0 - 3 = 0$$

$$S = \frac{3}{5} \Rightarrow F\left(\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, 0\right) \Rightarrow FE: \underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\left(\begin{array}{c} \text{ר' 20} \\ \text{...} \end{array} \right) \quad \text{ל2: } \underline{x} = (1, 1, 1) + r(4, 1, -5) + s(1, 1, 1)$

$(\rho' \text{ מותנה } | \rho' \delta \sigma \mu \text{ ו} \kappa \rho' e' i' j \delta) \in (1, 1, -3) \neq \alpha (4, 1, -5)$

$$\int 2 + \frac{1}{x} = 1 + 4x \Rightarrow t' = 4x - 1 : 715'10 \quad 2/ \delta e p'7 p'7312$$

$$1 + 1 \cdot t = 1 + 1 \cdot r \Rightarrow t = r = \frac{1}{3}$$

$$(3 + (-3)) \cdot t = 1 + (-5) \cdot r \Rightarrow 3 - 1 \neq 1 - \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$x + y + z - 3 = 0 \text{ i.e. } \nabla f \text{ SB: } x = 5(3, 2, 0) \text{ i.e. } \nabla f \text{ is } (5, 10, 0)$$

$$\sin \alpha = \frac{(1, 1, 1) \cdot (3, 2, 0)}{\sqrt{1+1+1} \cdot \sqrt{9+4+0}} = \frac{3+2+0}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{39}} = 0.80064$$

$$\alpha = 53.1913^\circ$$

דף מבחן

שם המורה/הבודק:

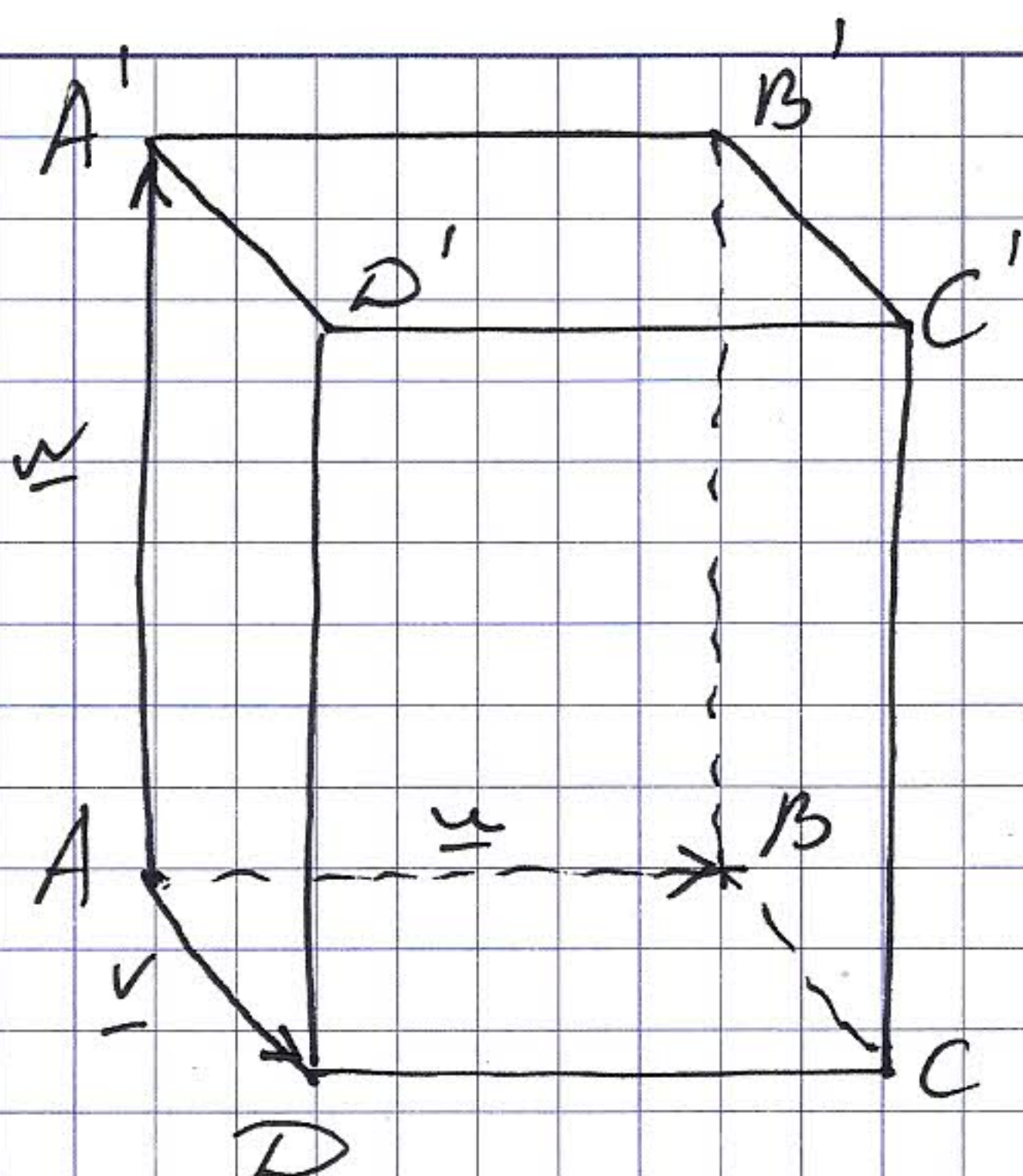
תאריך:

מקצוע:

הכיתה:

הנבחר:

שם משפחה ופרטי



$$\vec{AB} = \underline{u}$$

$$\vec{AP} = \underline{v}$$

$$\vec{AA'} = \underline{w}$$

$$|\underline{u}| = 1, \quad |\underline{v}| = \sqrt{3}$$

$$\underline{x} = \underline{u} + t \underline{v} - \frac{1}{4} \underline{w}$$

$$AC \perp BD \Leftrightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BD} = \vec{AB} \cdot \vec{CD} = d$$

$$\cos \alpha = \frac{x \cdot u}{|x| \cdot 1} = \frac{(u + t v - \frac{1}{4} w) \cdot u}{|x|} = \frac{|u|^2}{|x|} = \frac{1}{|x|}$$

$$\vec{AC} = \underline{u} + \underline{v}$$

$$\cos \alpha = \frac{\underline{x} \cdot (\underline{u} + \underline{v})}{|\underline{x}| \cdot \sqrt{|\underline{u}|^2 + |\underline{v}|^2}} = \frac{(\underline{u} + t\underline{v} - \frac{1}{4}\underline{w}) \cdot (\underline{u} + \underline{v})}{|\underline{x}| \cdot \sqrt{1+3}}$$

$$= \frac{|L|^2 + t \cdot |V|^2}{|x| \cdot 2} = \frac{1 + 3t}{2|x|}$$

$$\frac{1+3t}{2|t|} = \frac{1}{|t|}$$

$$1 + 3t = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$$

$|w| = ?$ $\vec{AD'} \perp x : p \in \Pi \cap \gamma \quad (2)$

$$\overrightarrow{AD'} = \underline{v} + \underline{w} \Rightarrow (\underline{u} + t\underline{v} - \frac{1}{4}\underline{w})(\underline{v} + \underline{w}) = 0$$

$$t|\underline{v}|^2 - \frac{1}{4}|\underline{w}|^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{4}|\underline{w}|^2 = 0$$

$$|\underline{w}|^2 = 4 \Rightarrow |\underline{w}| = 2 = |\vec{A} \vec{A}'|$$

? $AD'B'$ $11e' \sim 11e'11e' \sim 103 \sim A(0,0,0)$ 7e' $\sim 11e'11e'11e'$

$$B(0, 1, 0) \quad D(\sqrt{3}, 0, 0) \Rightarrow D'(\sqrt{3}, 0, 2) \quad B'(0, 1, 2)$$

$$AD'B': \underline{x} = (0, 0, 0) + t(\sqrt{3}, 0, 2) + s'(0, 1, 2)$$

$$f(a, b, c)(\sqrt{3}, 0, 2) = 0 \Rightarrow \sqrt{3}a + 2c = 0$$

$$L(a, b, c) (0, 1, 2) = 0 \Rightarrow b + 2c = 0$$

$$d=0 \checkmark \Leftarrow A(0,0,0) \quad \text{2d} \quad a=\frac{2}{\sqrt{3}} \checkmark \Leftarrow, b=+2 \Leftarrow$$

$$A D' B': \frac{2}{\sqrt{3}}x + 2y - z = 0 \Rightarrow \underline{2x + 2\sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0}$$

ציון: _____

התיכון המקיף עומר דף מבחן

שם המורה/הבודק: _____

הנבחן: _____ שם משפחה ופרטי _____

מקצוע: _____ הכיתה: _____ תאריך: _____

4) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + b} \quad (b > 0)$ תל' $e^x \neq -b$ מתק'ן לכל x $(b > 0)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x + b} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{e^x + b} = 0$

$y = 1$
 $y = 0$

$f'(x) = \frac{e^x(e^x + b) - e^x \cdot e^x}{(e^x + b)^2} = \frac{e^x b}{(e^x + b)^2} > 0$

$(0, \frac{1}{1+b}) \quad x = 0 \quad y = \frac{1}{1+b}$

$y = 0 \quad e^x = 0 \rightarrow$ אין פתרון

$f''(x) = \frac{e^x b (e^x + b)^2 - e^x b \cdot 2(e^x + b) \cdot e^x}{(e^x + b)^4} = \frac{(e^x + b) \cdot e^x b (e^x + b - 2e^x)}{(e^x + b)^4} = 0$

$b - e^x = 0 \quad e^x = b \Rightarrow x = \ln b \quad y = \frac{b}{b+b} = \frac{1}{2}$

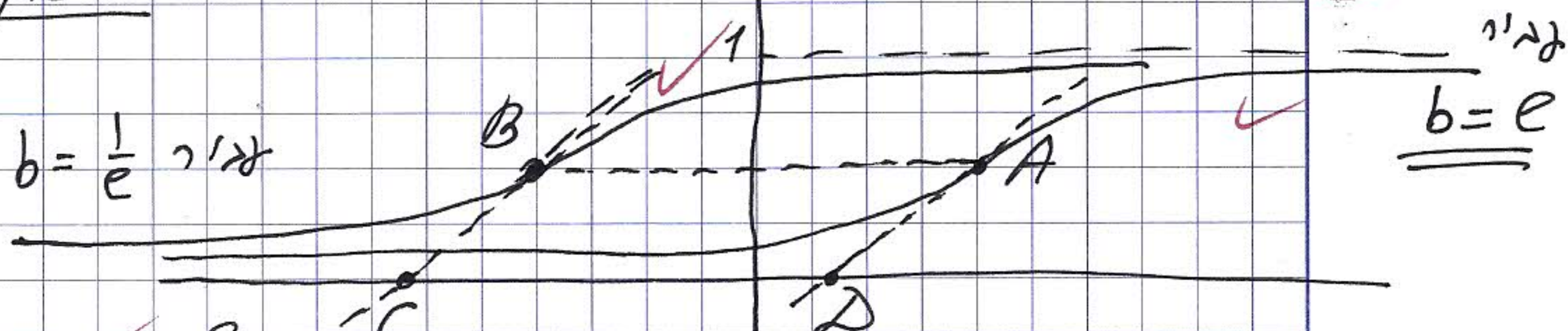
$\ln b \quad y = \frac{1}{2}$

$f'(\ln b) = \frac{b^2}{(b+b)^2} = \frac{1}{4}$

$A(1, \frac{1}{2}) \quad b = e$
 $B(-1, \frac{1}{2}) \quad b = \frac{1}{e}$

AD קוטר
 $y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(x - e)$
 $y = \frac{1}{4}x - \frac{e}{4} + \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{e}$ ז'ר



$m_{AD} = m_{BC} = \frac{1}{4} \quad m_{AB} = m_{CD} = 0$

$AB = 1 + 1 = 2 \quad h = y_A = \frac{1}{2}$

$S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

ציון: _____

התיכון המקיף עומר
דף מבחן

שם המורה/הבודק: _____
הנבחן: _____ שם משפחה ופרטי _____
הכיתה: _____ מקצוע: _____ תאריך: _____

52

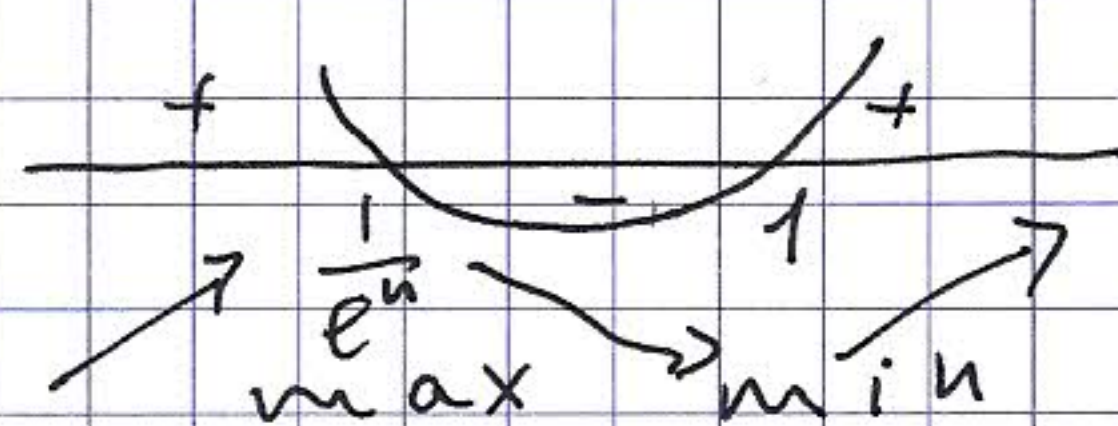
5) $y = x \ln^n x$ ($n > 1$) $y'(\frac{1}{e^n}) = 0$ (א) הרכיב:

$y' = 1 \cdot \ln^n x + x \cdot n \ln^{n-1} x \cdot \frac{1}{x} = \ln^{n-1} x (\ln x + n)$

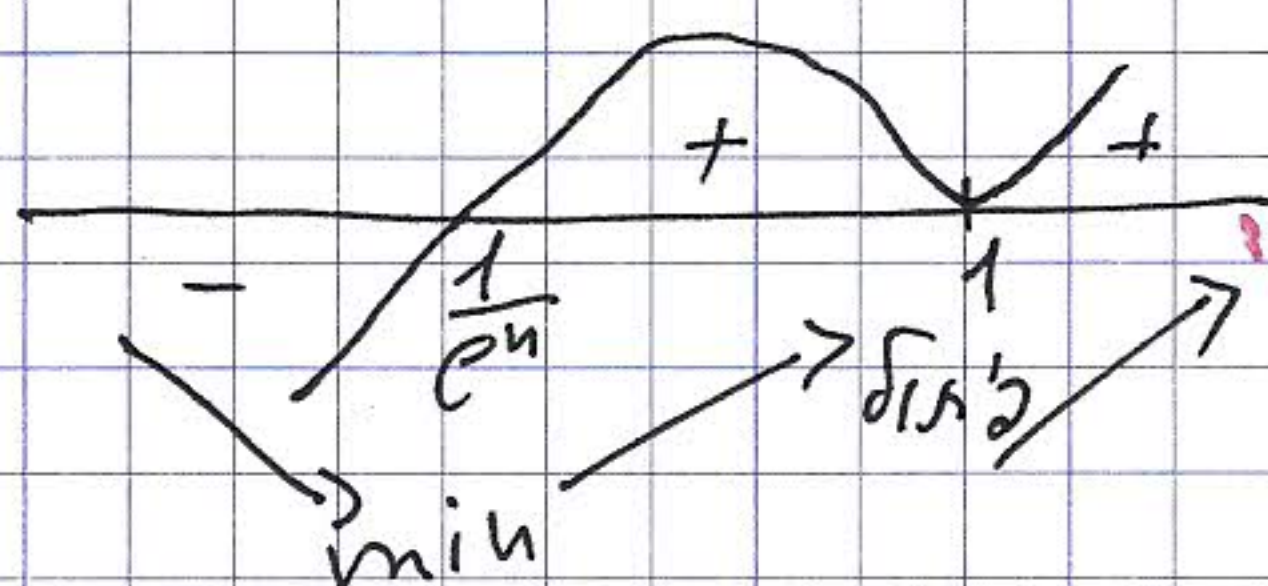
$y'(\frac{1}{e^n}) = (-n)^{n-1} (-n + n) = 0$ נק"ק $\delta > 0$ $n > 1$
 $-n + n = 0$

$y' = 0$
 $x = 1$ $x = \frac{1}{e^n}$

(ב) $\left. \begin{array}{l} \text{על } n-1 \\ \text{על } n \end{array} \right\}$



נק'ק
הכ"מ
המקסימום
על $\frac{1}{e^n}$



וכאשר $n > 1$ על $n-1$ על n

אם $n < 1$ נק'ק $\frac{1}{e^n}$

10) $y'' = n \ln^{n-1} x \cdot \frac{1}{x} + n \cdot (n-1) \ln^{n-2} x \cdot \frac{1}{x} = \frac{n}{x} \ln^{n-2} x (\ln x + n-1)$

על n $y''(\frac{1}{e^n}) = n e^n (-n)^{n-2} (-n + n - 1) < 0 \Rightarrow \text{max}$ נק'ק

על n $y''(\frac{1}{e^n}) = n e^n (-n)^{n-2} (-1) > 0 \Rightarrow \text{min}$ נק'ק

8) $n=2$ $y = x \ln^2 x$ (א) $x > 0$

$y' = \ln x (\ln x + 2) = 0 \Rightarrow x = 1$ $x = \frac{1}{e^2}$

(2) $(1, 0)$ min, $(\frac{1}{e^2}, \frac{4}{e^2})$ max

(3) $0 < x < \frac{1}{e^2} \Rightarrow \text{פונקציה}$
 $x > 1$

$\frac{1}{e^2} < x < 1 \Rightarrow \text{פונקציה}$

(4) $y'' = \frac{2}{x} (\ln x + 1) = 0$

$x = \frac{1}{e}$ $(\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$ נק'ק

(5) $x > \frac{1}{e}$ נק'ק

15

$0 < x < \frac{1}{e}$ נק'ק

דף מבחן

שם המורה/הבודק:

הנבחן:

שם משפחה ופרטי

הכיתה:

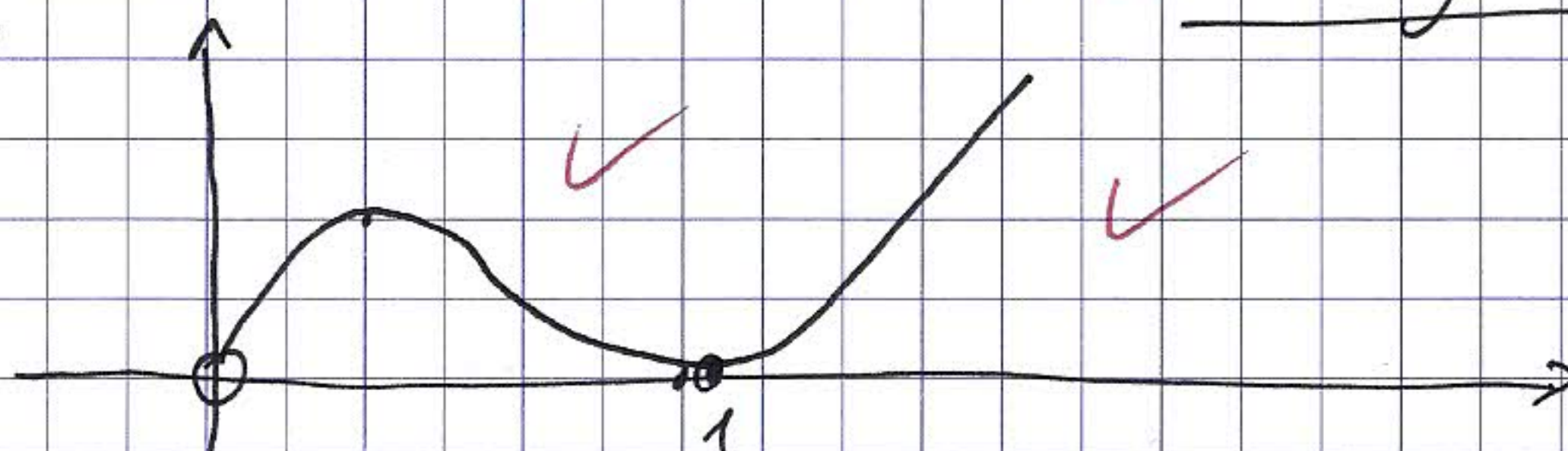
מקצוע:

תאריך:

[illegible]

x	y
0.01	0.212
0.001	0.0447
0.0001	0.00848

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln^2 x = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

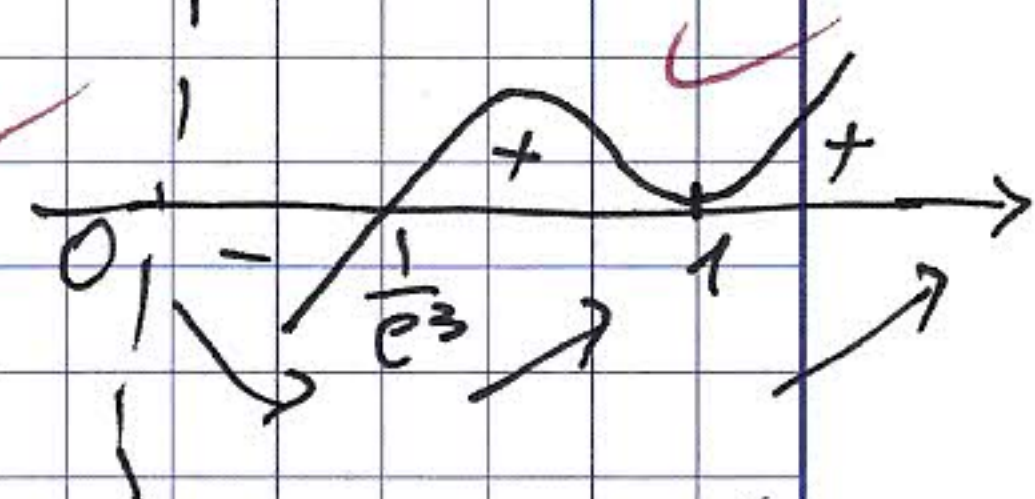


$n = 2$ (3)

6

c) $n=3$ $y = x \ln^3 x$ ✓ $(f) \ln^4 : x > 0$

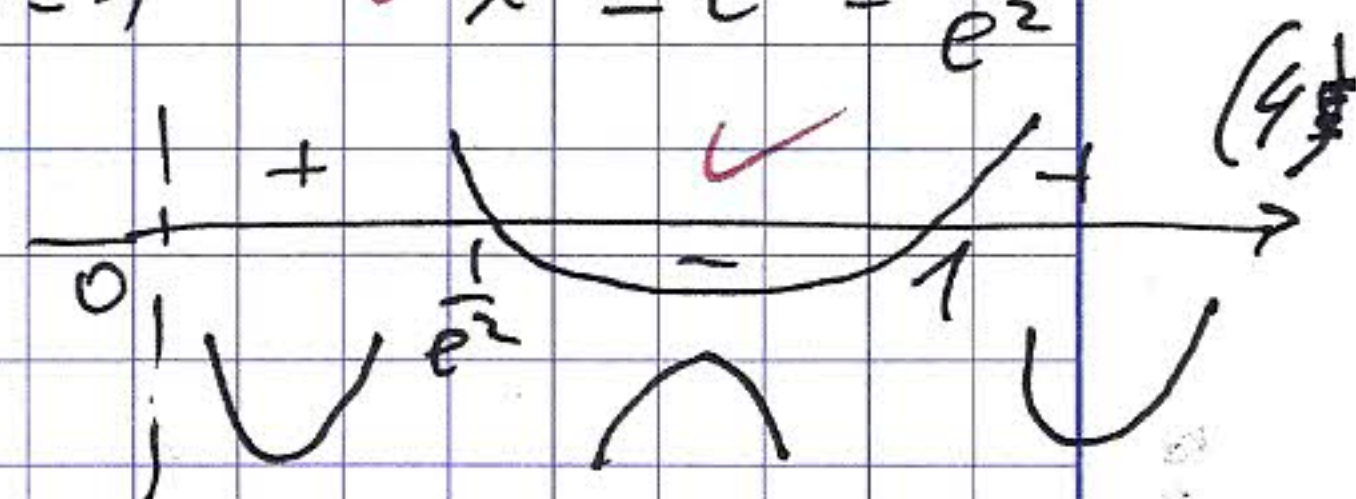
(2) $y' = \ln^2 x (\ln x + 2) = 0 \Rightarrow x = 1 \quad x = \frac{1}{e^3}$
 $(1, 0)$ ist $\left(\frac{1}{e^3}, -\frac{27}{e^3}\right) \min$



(3) $x > \frac{1}{e^3} : \therefore \delta_f$ p i n s
 $0 < x < \frac{1}{e^3} : \therefore \delta' \delta' p i n s$

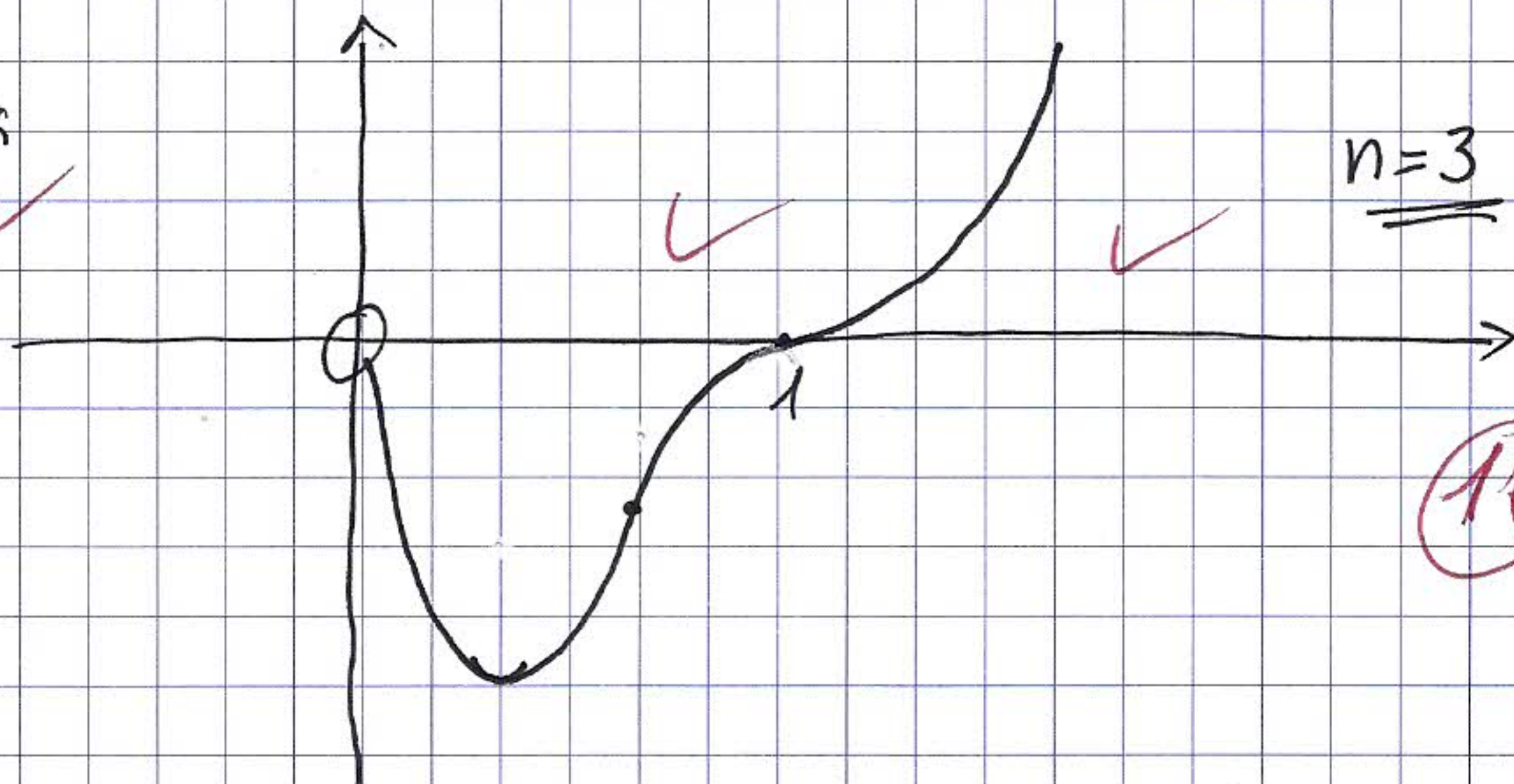
$$y'' = \frac{3}{x} \ln x (\ln x + 2) = 0$$

(5) \cup $\left[0 < x < \frac{1}{e^2} \right]$ \checkmark $\left(\frac{1}{e^2}, -\frac{8}{e^3} \right)$ \checkmark



\cap $x \in \mathbb{R}$ plus
 $\frac{1}{e^2} < x < 1$

(6) $(1, 0)$



$n=3$ (3)

16